

ОУ МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ ЛИЦЕЙ КГТИ

***ПРОЕКТ ПО ТЕМЕ:
«ФУНКЦИЯ»***

Выполнил: Болуров Мухаммад

Руководитель: учитель математики Руденко Ж.Д..



ПЛАН

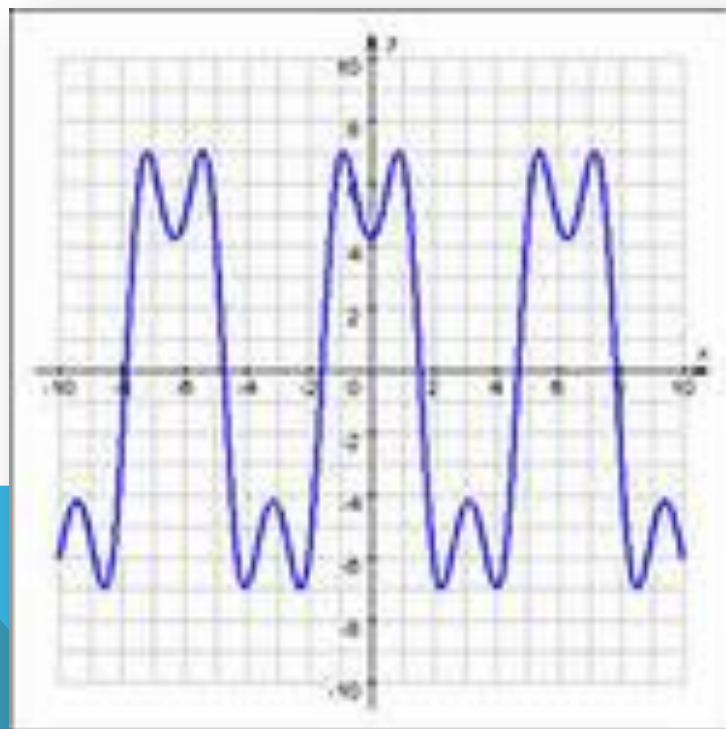
- 1. История возникновения функции.**
- 2. Понятие функции.**
- 3. Применение математических функций в других науках и жизни человека.**

ИСТОРИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ФУНКЦИИ



Что такое функция?

Функция — одно из основных математических и общенаучных понятий. Оно сыграло и поныне играет большую роль в познании реального мира.



Когда появилась функция?

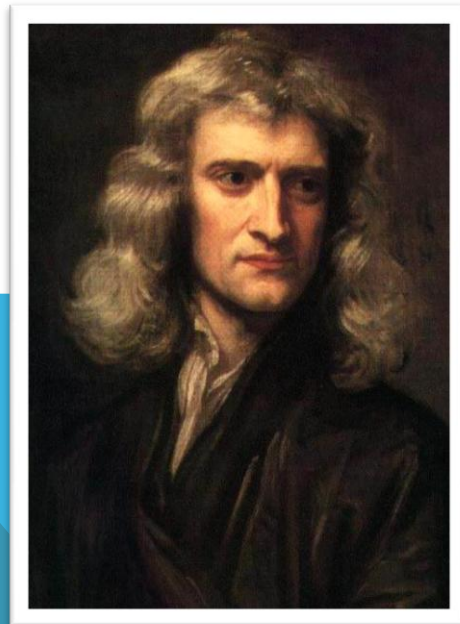
Идея функциональной зависимости восходит к древности. Ее содержание обнаруживается уже в первых математически выраженных соотношениях между величинами, в первых правилах действий над числами. В первых формулах для нахождения площади и объема тех или иных фигур. Так, вавилонские ученые (4 – 5 тыс. лет назад) пусть и несознательно, установили, что площадь круга является функцией от его радиуса посредством нахождения грубо приближенной формулы: $S=3r^2$. Примерами табличного задания функции могут служить астрономические таблицы вавилонян, древних греков и индийцев, а примерами словесного задания функции — теорема о постоянстве отношения площадей круга и квадрата на его диаметре или античные определения конических сечений, причем сами эти кривые выступали в качестве геометрических соответствующей зависимости.



Путь к появлению понятия функции заложили в 17 веке французские ученые **Франсуа Виет** и **Рене Декарт**; они разработали единую буквенную математическую символику, которая вскоре получила всеобщее признание. Введено было единое обозначение: неизвестных — последними буквами латинского алфавита: x , y , z , известных — начальными буквами того же алфавита: a , b , c ,... и т. д. Под каждой буквой стало возможным понимать не только конкретные данные, но и многие другие; в математику пришла идея изменения. Тем самым появилась возможность записывать общие формулы.



Кроме того, у Декарта и Ферма в геометрических работах появляется отчетливое представление переменной величины и прямоугольной системы координат. В своей "Геометрии" в 1637 году Декарт дает понятие функции, как изменение ординаты точки в зависимости от изменения ее абсциссы; он систематически рассматривал лишь те кривые, которые можно точно представить с помощью уравнений, притом преимущественно алгебраических. Постепенно понятие функции стало отождествляться, таким образом, с понятием аналитического выражения — формулы. В 1671 году Ньютон под функцией стал понимать переменную величину, которая изменяется с течением времени (он называл ее "флюентой").



Окончательную формулировку определения функции с аналитической точки зрения сделал в 1748 году ученик Бернулли Эйлер (во "Введении в анализ бесконечного"): **"Функция переменного количества есть аналитическое выражение, составленное каким-либо образом из этого количества и чисел или постоянных количеств"**. Так понимали функцию на протяжении почти всего 18 века Даламбер, Лагранж, Фурье и другие видные математики. Что касается Эйлера, то он не всегда придерживался вышеуказанного определения; в его работах понятие функции подвергалось дальнейшему развитию в соответствии с запросами математического анализа.

В 1837 году немецкий математик П. Л. Дирихле так сформулировал общее определение понятия функции: **"у есть функция переменной x (на отрезке $a < x < b$), если каждому значению x на этом отрезке соответствует совершенно определенное значение y , причем безразлично, каким образом установлено это соответствие — аналитической формулой, графиком, таблицей либо даже просто словами"**.

Примером, соответствующим этому общему определению, может служить так называемая **"функция Дирихле"** $j(x)$.

«ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ».

ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ

ДВЕ ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ x И y СВЯЗАНЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТЬЮ, ЕСЛИ КАЖДОМУ ЗНАЧЕНИЮ, КОТОРОЕ МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ ПЕРЕМЕННАЯ x , СООТВЕТСТВУЕТ ОДНО И ТОЛЬКО ОДНО ЗНАЧЕНИЕ ПЕРЕМЕННОЙ y .

ПЕРЕМЕННАЯ x НАЗЫВАЕТСЯ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИЛИ АРГУМЕНТОМ ФУНКЦИИ, А ПЕРЕМЕННАЯ y – ЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ ИЛИ ФУНКЦИЕЙ.

ЗАПИСЫВАЮТ СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ x И y В ОБЩЕМ ВИДЕ ТАК: $y=f(x)$ ИЛИ $y=y(x)$

АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИЙ

Функция задается формулой, позволяющей получить значение зависимой переменной (Y), подставив конкретное числовое значение аргумента (X).

Значения переменной Y зависят от значения переменной X, в то время как значения X являются независимыми. Поэтому переменную X называют независимой переменной, а Y – зависимой переменной. Независимую переменную называют также аргументом, а зависимую – функцией.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$



ТАБЛИЧНЫЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

При этом способе задания функции заполняется таблица, в верхней строке которой значения независимой переменной (X), в нижней – соответствующие значения зависимой переменной (Y).

Таблицы значений чаще составляют для построения графиков функций, заданных формулами. При этом для нескольких, произвольно выбранных, значений независимой переменной вычисляют соответствующие значения зависимой переменной.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
Y	9	4	1	0	1	4	9

СПОСОБ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ ОПИСАНИЕМ

Функцию можно задать описанием с помощью естественного языка.

Например: «Каждому отрицательному числу соответствует -1, нулю – число 0, а каждому положительному – число 1».

Обычно эту функцию обозначают так: $Y = \text{sign } X$ (читают: «Игрек равен сигнум X»). Латинское слово *signum* переводится как «знак» и указывает знак числа. Эту функцию можно задать так:

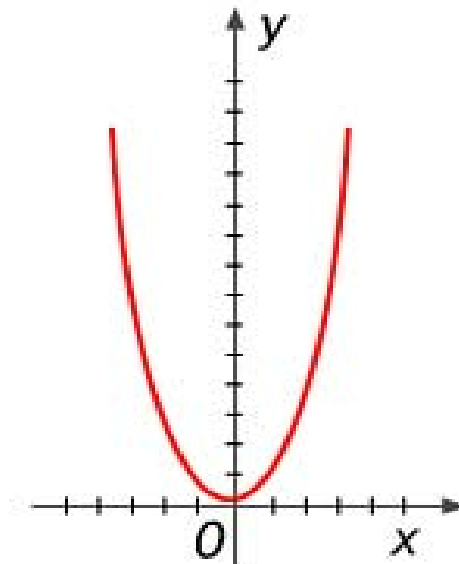
$$Y = \begin{cases} -1, & \text{если } X < 0 \\ 0, & \text{если } X = 0 \\ 1, & \text{если } X > 0 \end{cases}$$

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ

График функции – это множество тех и только тех точек $(X;Y)$ координаты которых обращают уравнение $Y=f(x)$ в верное равенство.

График функции позволяет не только с его помощью находить значения функции, но и видеть многие её свойства: в каких точках функция обращается в нуль, на каких промежутках она принимает отрицательные или положительные значения, где она возрастает или убывает и др.

ПРИМЕР 1: $Y=X^2$



ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ $F(x)$ НАЗЫВАЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ НЕЗАВИСИМОЙ ПЕРЕМЕННОЙ x , ПРИ КОТОРЫХ ФУНКЦИЯ ОПРЕДЕЛЕНА (ИМЕЕТ СМЫСЛ).

ОБОЗНАЧЕНИЕ: $D(F)$ (АНГЛ. DEFINE – ОПРЕДЕЛЯТЬ).

ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

ОБЛАСТЬЮ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ $y=f(x)$ НАЗЫВАЕТСЯ МНОЖЕСТВО ВСЕХ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ, КОТОРЫЕ ПРИНИМАЕТ ЗАВИСИМАЯ ПЕРЕМЕННАЯ y .

ОБОЗНАЧЕНИЕ $E(F)$ (АНГЛ. EXIST-СУЩЕСТВОВАТЬ).

ПРИМЕРЫ ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ:

Пример : Найдите область определения функции $Y=2x/x-3$.

Решение: На нуль делить нельзя, то $X-3 \neq 0$, а $X \neq 3$ (т.к. при $X=3$ выражение не имеет смысла). Значит $D(y)=(-\infty;3) \cup (3;\infty)$.

ЧЁТНОСТЬ, НЕЧЁТНОСТЬ ВОЗРАСТАНИЕ И УБЫВАНИЕ ФУНКЦИИ

Функцию f называют чётной (соответственно нечётной), если её график симметричен относительно оси ординат (соответственно начала координат).

Функцию f называют возрастающей (соответственно убывающей) на множестве X , если на этом множестве при увеличении аргумента увеличиваются (соответственно уменьшаются) значения функции.

**Применение
математических функций
в других науках и жизни человека.**



ФУНКЦИИ В ТОЧНЫХ НАУКАХ

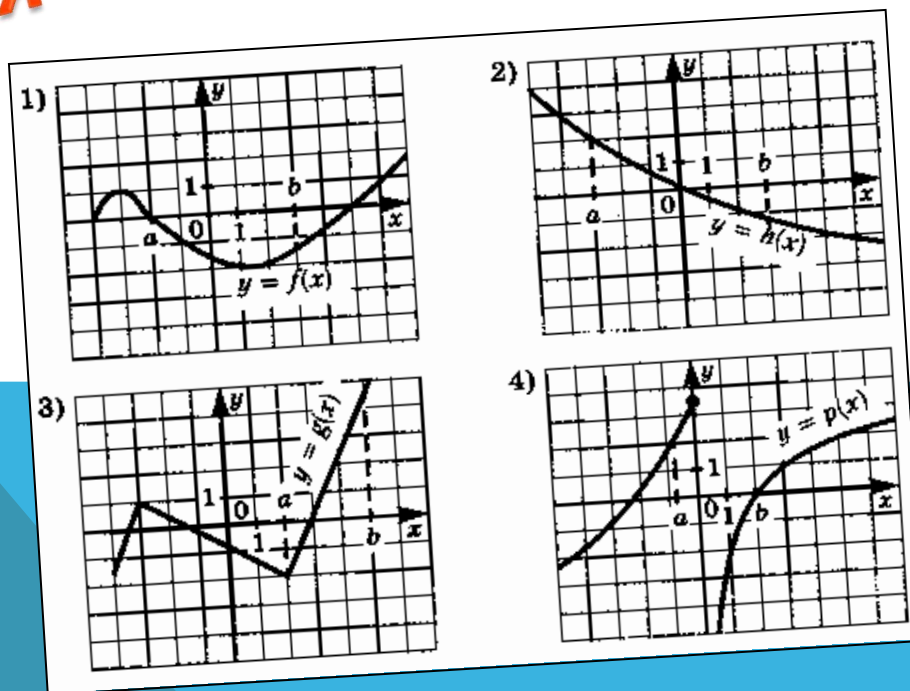
Графики зависимости физических величин,
Звёздный график, Параболоиды, Отображение
звуковых волн с помощью периодической
функции.

Астрономия

Физика

Оптика

Звук



ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ $y=kx+b$ (ГРАФИКОМ ЯВЛЯЕТСЯ ПРЯМАЯ)

Физика.

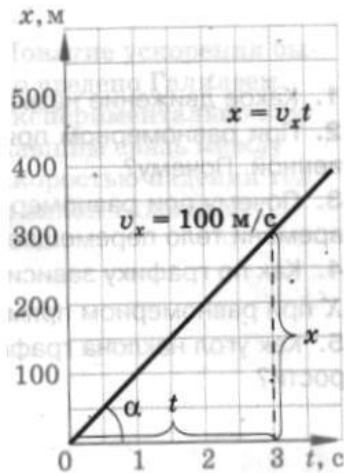
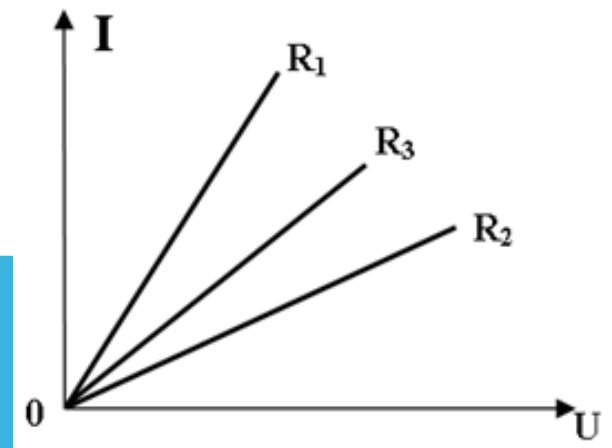


График равномерного
прямолинейного движения

Зависимости силы тока от напряжения



КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ $y=kx^2$ (ГРАФИКОМ ЯВЛЯЕТСЯ ПАРАБОЛА)

физика

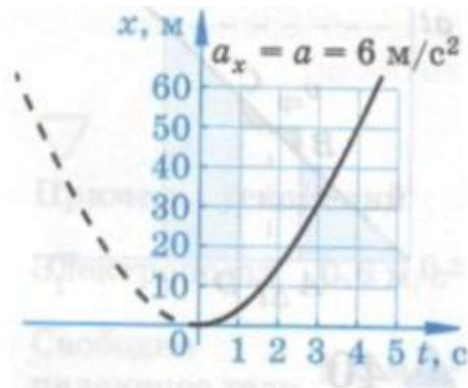


График равноускоренного
прямолинейного движения



Потенциальная энергия

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУКАХ

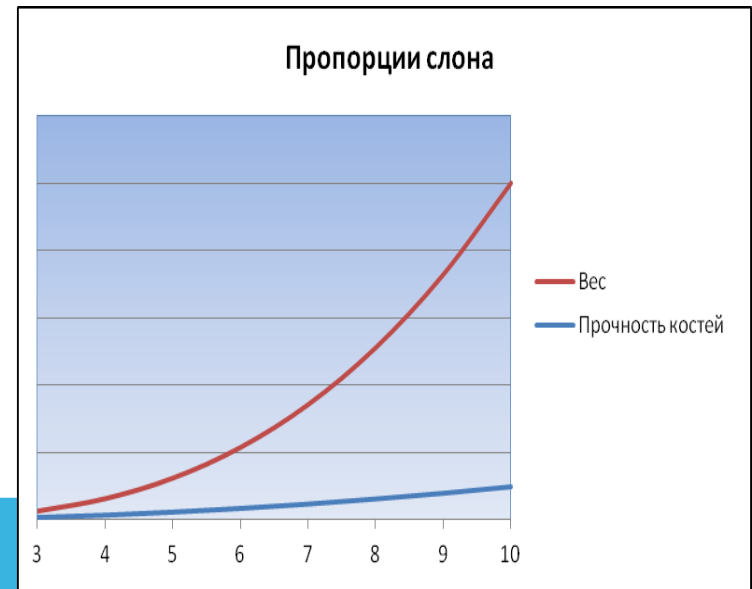


РАССМОТРИМ ПРОБЛЕМУ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ.

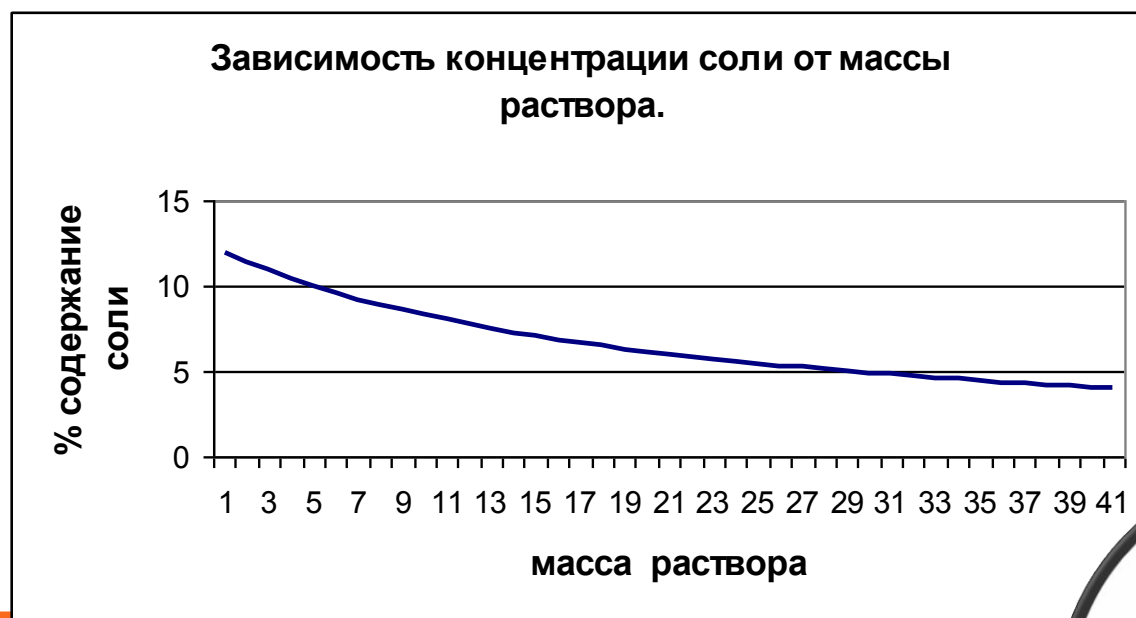


Почему не бывает животных, какой угодно величины? Почему, например, нет слонов в три, в четыре и т.д. раза больше своего роста, но тех же пропорций? Ответ таков: стань слон, например, в три раза больше, вес его тогда увеличился бы в двадцать семь раз, как куб размера, а площадь сечения костей и, следовательно, их прочность — только в девять раз, как квадрат размера.

По графику видно, что прочности костей уже не хватило бы, чтобы выдержать непомерно увеличившийся вес. Такой слон был бы раздавлен собственной тяжестью.



ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ В ХИМИИ



ПРИМЕНЕНИЕ В БИОЛОГИИ ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

Если бы все маковые зерна давали всходы, то через 5 лет число “потомков” одного растения равнялось бы $243 \cdot 10^{15}$ или приблизительно 2000 растений на 1 м² суши.



Потомство комнатных мух за лето только от одной самки может составить $8 \cdot 10^{14}$.

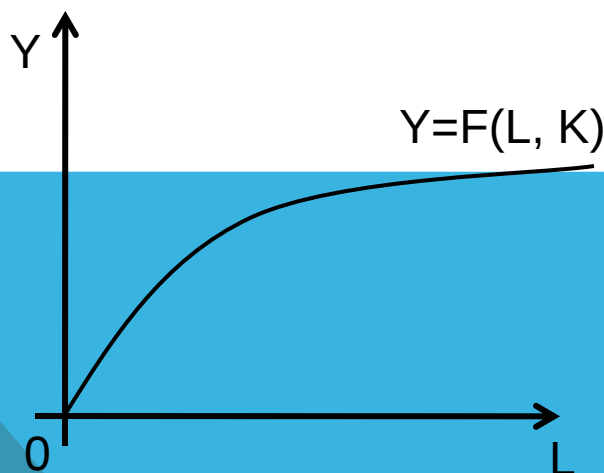
ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ В ЖИЗНИ

Производственная функция.

Зависимость между объемом производства товара и ресурсами (факторами производства), необходимыми для получения этого товара.

$$Y = F(L, K, \text{etc.}),$$

где Y - объем производства; L - труд; K – капитал.

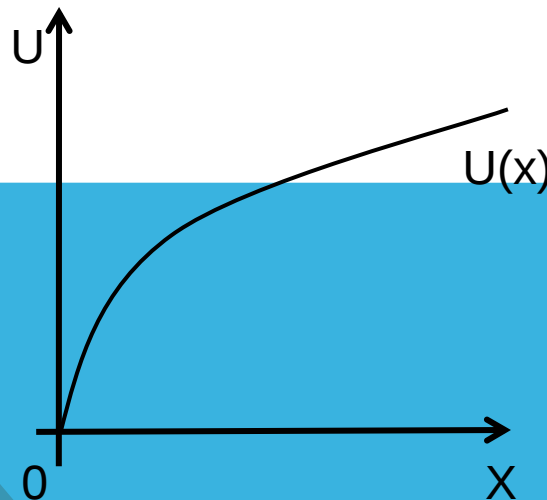


ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ

Зависимость, которая связывает полезность как результат некоторого действия с уровнем (интенсивностью) этого действия.

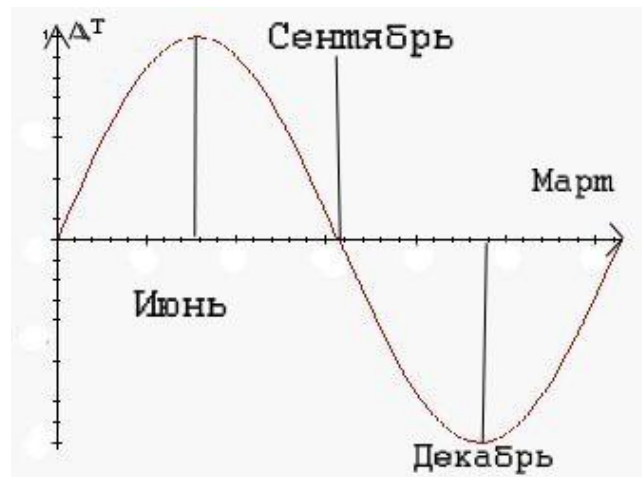
$$u = u(x_1, x_2, \dots, x_n),$$

где $x_1, \dots, x_n$ — факторы, влияющие на полезность u .



ДНИ СОЛНЦЕСТОЯНИЯ

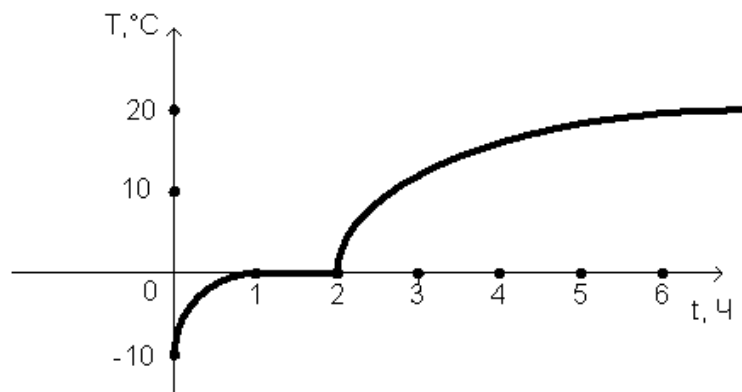
Почему в марте долгота дня меняется быстро, а в июне и декабре – медленно?



С помощью графика мы можем увидеть, что точки, где график, похожий на график синуса, пересекает ось времени соответствуют 23 сентября и 21 марта

ГРАФИК ТАЯНИЯ ЛЬДА

С мороза в комнату внесли банку со льдом. Как измениться его температура с течением времени?



Глядя на график, мы можем увидеть, что лёд вначале согреется до температуры 0°C , а потом будет нагреваться до того, пока его температура не будет равна комнатной.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассмотрели историю возникновения функции, ее основные свойства, основные области применения функции и её свойства.

Мы надеемся, что наш проект убедил вас в том, что функция является неотъемлемой частью нашей жизни и наук в целом.

