Свойства функций: твой ключ к успеху на ОГЭ

Функции – это важная тема в математике, и они обязательно встретятся тебе на ОГЭ. Чтобы успешно справиться с заданиями, нужно не просто знать определения, но и понимать, как "работают" функции, какие у них есть свойства. Давай разберем основные моменты, которые тебе пригодятся при подготовке.

Что такое функция?

Простыми словами, функция – это правило, которое каждому значению x (аргументу) ставит в соответствие единственное значение y (значение функции). Представь себе автомат, который принимает на вход число x, а выдает число y по определенному алгоритму.

Основные свойства функций, которые нужно знать для ОГЭ:

1. Область определения (D(f)) и область значений (E(f))

Область определения (D(f)) – это все допустимые значения x\*, для которых функция определена. Например, для функции `y = 1/x`, область определения – все числа, кроме 0 (потому что на 0 делить нельзя). Для функции `y = √x`, область определения – все неотрицательные числа (потому что корень из отрицательного числа не существует в области действительных чисел).

Область значений (E(f)) – это все значения y\*, которые функция может принимать. Например, для функции `y = x²`, область значений – все неотрицательные числа (потому что квадрат любого числа неотрицателен).

Как найти область определения? Обращай внимание на:

Деление на ноль: знаменатель не должен быть равен нулю.

Квадратный корень: подкоренное выражение должно быть неотрицательным.

2. Нули функции

Нули функции – это значения x, при которых y = 0. Графически – это точки пересечения графика функции с осью Ox.

Чтобы найти нули функции, нужно приравнять функцию к нулю и решить уравнение.

3. Промежутки знакопостоянства

Промежутки знакопостоянства – это интервалы, на которых функция принимает только положительные значения (y > 0) или только отрицательные значения (y <0).

Чтобы найти промежутки знакопостоянства, нужно:

Найти нули функции.

Отметить нули на числовой прямой.

Определить знак функции на каждом из полученных интервалов (например, подставив любое число из интервала в функцию).

4. Возрастание и убывание функции

Возрастающая функция – функция, у которой большему значению x соответствует большее значение y\*. Графически – график идет "вверх" слева направо.

Убывающая функция – функция, у которой большему значению x соответствует меньшее значение y\*. Графически – график идет "вниз" слева направо.

Промежутки возрастания и убывания – это интервалы, на которых функция возрастает или убывает.

Чтобы определить промежутки возрастания и убывания по графику, просто "читай" график слева направо.

5. Четность и нечетность функции

Четная функция – функция, для которой выполняется условие: f(-x) = f(x). График четной функции симметричен относительно оси Oy\*.

Нечетная функция – функция, для которой выполняется условие: f(-x) = -f(x)\*. График нечетной функции симметричен относительно начала координат (точке (0;0)).

Как определить четность/нечетность аналитически? Подставь `-x` вместо `x` в уравнение функции и упрости выражение. Если получилось исходное уравнение, функция четная. Если получилось уравнение с противоположными знаками, функция нечетная. Если не получилось ни то, ни другое, функция не является ни четной, ни нечетной (такие функции называются функциями общего вида).

6. Наибольшее и наименьшее значения функции

Наибольшее значение функции – это самое большое значение y\*, которое функция принимает на заданном промежутке (или на всей области определения).

Наименьшее значение функции – это самое маленькое значение y\*, которое функция принимает на заданном промежутке (или на всей области определения).

Наибольшее и наименьшее значения функции можно найти:

По графику (найти самую высокую и самую низкую точку на графике на заданном промежутке).

Аналитически (если функция простая, например, парабола). Для параболы `y = ax² + bx + c`, если `a > 0`, то наименьшее значение достигается в вершине параболы; если `a <0`, то наибольшее значение достигается в вершине параболы. Координаты вершины параболы можно найти по формуле: `x\_вершины = -b / (2a)`, а затем подставить `x\_вершины` в уравнение функции, чтобы найти `y\_вершины`.

Типы функций, которые часто встречаются на ОГЭ:

Линейная функция: `y = kx + b`. График – прямая. k – угловой коэффициент (определяет наклон прямой), b – точка пересечения с осью Oy\*.

Квадратичная функция: `y = ax² + bx + c`. График – парабола. a определяет направление ветвей (вверх, если a > 0, вниз, если a\* <0).

Обратная пропорциональность: `y = k/x`. График – гипербола. k определяет расположение ветвей гиперболы (в 1 и 3 четвертях, если k > 0, во 2 и 4 четвертях, если k\* <0).

Функция квадратного корня: `y = √x`. График - ветвь параболы, лежащая в первой четверти.

Как применять эти знания на практике (советы для ОГЭ):

Внимательно читай условие задачи. Определи, что именно от тебя требуется найти (область определения, нули функции, промежутки возрастания/убывания и т.д.).

Используй график функции, если он дан. График – это визуальное представление функции, которое может помочь тебе быстро ответить на многие вопросы. Научись "читать" графики.

Если графика нет, попробуй его построить. Даже схематичный график может помочь тебе понять, как ведет себя функция.

Подставляй значения. Если ты не уверен в своем ответе, подставь несколько значений x в уравнение функции и посмотри, какие значения y\* получаются. Это поможет тебе проверить свой ответ и избежать ошибок.

Не бойся сложных задач. Разбей сложную задачу на несколько простых шагов.