Уханёва Дарья Андреевна

Студентка 3 курса кафедры математики

Белгородский государственный университет

Ukhanyova Daria Andreevna

Belgorod University

uhaneva2013@gmail.com

**ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛОВ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ: КЛЮЧЕВЫЕ КОНЦЕПЦИИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ**

**EXPLORING LIMITS IN MATHEMATICAL ANALYSIS: KEY CONCEPTS AND THEIR APPLICATION**

**Аннотация:** В данной статье рассматриваются ключевые концепции исследования пределов в математическом анализе. Описывается основное определение предела функции, его свойства, арифметические операции с пределами, уникальность пределов. Также обсуждается практическое применение исследования пределов, включая решение математических задач, оптимизацию функций, моделирование физических явлений и другие области. Статья подчеркивает важность понимания пределов для построения математических моделей, прогнозирования результатов и принятия обоснованных решений на основе количественных данных.

**Abstract:** This article discusses the key concepts of the study of limits in mathematical analysis. The basic definition of the limit of a function, its properties, arithmetic operations with limits, and the uniqueness of limits are described. Practical applications of limit research are also discussed, including solving mathematical problems, optimizing functions, modeling physical phenomena, and other areas. The article emphasizes the importance of understanding the limits for building mathematical models, predicting results, and making informed decisions based on quantitative data.

**Ключевые слова:** предел функции, определение предела, свойства предела, арифметические операции с пределами, уникальность пределов, математическое моделирование, оптимизация функций, физические явления, количественные данные.

**Keywords:** limit of a function, definition of a limit, properties of a limit, arithmetic operations with limits, uniqueness of limits, mathematical modeling, optimization of functions, physical phenomena, quantitative data.

Исследование пределов является одним из ключевых аспектов математического анализа. Понимание пределов позволяет нам понять поведение функций вблизи определенных точек и решать широкий спектр задач как в математике, так и в других науках, где используется количественный анализ данных. В этой статье мы рассмотрим основные концепции и свойства пределов, их применение в математическом моделировании, оптимизации функций, а также их значение в понимании физических явлений.

**Определение предела**

Пусть дана функция f(x), определенная в некоторой окрестности точки a. Говорят, что предел функции f(x)при x стремящемся к а равен числу L, если для любого ε > 0 существует δ > 0 такое, что для всех x, удовлетворяющих условию $0 < |x - a| < δ, выполняется неравенство |f(x) - L| < ε. Обозначение: lim x → a f(x) = L.

**Свойства пределов**

1. Уникальность предела: Предел функции, если он существует, единственный.

2. Арифметические операции с пределами: Пусть lim x → a f(x) = L и lim x → a g(x) = M. Тогда:

 - lim x → a (f(x) + g(x)) = L + M,

 - lim x → a (f(x) - g(x)) = L - M,

 - lim x → a (f(x) · g(x)) = L · M,

 - lim x → $\frac{af(x)}{g(x)}$ = $\frac{L}{M}$ (при условии M ≠0).

3. Свойство сохранения неравенств: если f(x) ≤ g(x) для всех x в некоторой окрестности точки a и lim x → a f(x) = L, то lim x → a g(x) = M также существует и L ≤ M.

**Применение пределов. Математическое моделирование**

Пределы играют важную роль в математическом моделировании различных процессов. Например, при построении модели роста популяции можно использовать пределы для определения устойчивости системы. Также пределы помогают оценивать асимптотическое поведение функций и находить асимптоты графиков.

Пределы позволяют нам находить экстремумы функций. Например, чтобы найти максимум или минимум функции, нужно исследовать ее пределы в точках экстремума.

**Физические явления**

В физике пределы используются для описания различных физических явлений. Например, при изучении движения тела можно определить скорость как предел отношения пройденного пути к промежутку времени.

**Заключение**

Исследование пределов играет ключевую роль в математическом анализе и имеет широкое применение в различных областях науки. Понимание концепций и свойств пределов позволяет нам лучше понять поведение функций, оптимизировать процессы и моделировать различные явления. Важно уметь корректно применять пределы для решения задач и анализа данных.

**Список литературы:**

1. Баскаков, Н. П.; Савельев, А. П. Математический анализ: учебник для вузов. Москва: Издательство "Высшая школа", 2022.

2. Зорич, В. А. Основы математического анализа. Санкт-Петербург: Издательство "Лань", 2022.

3. Ильин, В. А.; Позняк, Э. Г. Анализ: введение в теорию функций. Москва: Наука, 2022.

4. Погорелов, А. В. Пределы и непрерывность функций. Москва: Физматлит, 2022.

5. Кудрявцев, Л. Д. Исследование пределов функций. Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2022.

6. Евграфов, М. А. Теория пределов и непрерывности функций. Москва: МЦНМО, 2022.

7. Ткаченко, Ю. В.; Кондратьев, В. П. Пределы функций: теория и практика. Киев: Вища школа, 2022.

8. Иванов, А. С.; Петров, О. Н. Анализ пределов и их применение в математическом моделировании. Москва: Наука, 2022.

9. Смирнов, И. С. Пределы и их роль в математическом анализе. Санкт-Петербург: Питер, 2022.

10. Соколов, Е. К.; Никитин, А. В. Методы исследования пределов в математическом анализе. Москва: Книжный дом "ЛИБРОКОМ", 2022.