Развитие математических способностей учащихся 5 – 6 классов путем решения задач на проценты.

Кульпина Ирина Дмитриевна

Учитель МБОУ «Новоросиийская СШ»

В программе курса математики 5 – 6 классов большое место уделяется решению задач на проценты. В последнее время наблюдается значительный рост интереса к проблемам математического образования. Это связано с тем, что значение математики в жизни человеческого общества возрастает с каждым днём. Высокий уровень развития математики является необходимым условием подъёма и эффективности целого ряда важнейших областей знаний. Развитие наук в последнее время характеризуется тенденцией к их математизации, и это касается не только физики, астрономии или химии, но и таких наук, как современная биология, медицина, метеорология, экономика, лингвистика и другие. Математические методы и математический стиль мышления проникают всюду. Трудно найти такую область знаний, к которой математика не имела бы никакого отношения. С каждым годом математика будет находить всё более широкое применение в разнообразных областях человеческой деятельности. Принципиально область применения математики неограниченна, указывает академик А.Н. Колмогоров.

 Одной из инициатив, выдвинутой президентом в проекте «Наша новая школа» является  поддержка талантливых детей. Задатки есть у всех или почти у всех детей. Развернуть их в способности  очень сложная задача. И школа совместно с психологами, малым социумом и родителями должна кропотливо находить склонности, задатки, потребности, интересы каждого ребенка и помнить, что и обычных детей надо учить как талантливых.

         Понятие «способности» употребляется учителем в самых разных сочетаниях: «способный ученик», «одаренный ученик», «талантливый ученик», «у этого ученика есть природные способности», «у него большие задатки» и т. д

         Один из психологов,  исследовавших  математические способности  у  школьников,  В.А.Крутецкий   дает  следующее определение математическим способностям: "Под способностями  к  изучению  математики  мы понимаем  индивидуально-психологические,   отвечающие   требованиям   учебной математической деятельности и  обусловливающие  на  прочих  равных  условиях успешность  творческого  овладения  математикой  как  учебным  предметом,  в частности  относительно  быстрое,  легкое  и  глубокое  овладение  знаниями, умениями и навыками в области математики". Математическая способность характеризуется обобщённым, свёрнутым и гибким мышлением в сфере математических отношений, числовой и знаковой символики и математическим складом ума.

Приемы умственных действий - сравнение, обобщение, анализ, синтез, - в литературе также называют логическими приемами мышления.

           Чем же характеризуется **умственная деятельность** способных к математике учащихся? Способные учащиеся, воспринимая задачу,  сразу выделяют показатели, существенные для данного типа задач, величины, не существенные для  данного типа задач, но существенные для  данного конкретного варианта. Это позволяет способным учащимся при восприятии задачи сразу видеть ее «скелет», освобожденный от всех конкретных значений и словно просвечивающийся сквозь конкретные данные.          **Мышление**  способных учеников (в процессе математической деятельности) характеризуется:

-быстрым и широким обобщением  (каждая конкретная задача решается как типовая);

-тенденцией мыслить свернутыми умозаключениями (при наличии очень четко логически обоснованной канвы);

-большой подвижностью мыслительных процессов, многообразием аспектов в  подходе к решению задач, легким и свободным, переключением от одной умственной операции к другой, с  прямого  на обратный ход мысли;

-стремлением к ясности, к простоте, рациональности, экономности (изяществу) решения.

Обучение решению этих задач всегда рассматривалось как необходимое условие подготовки учащихся к жизни. Еще в дореволюционной школе изучение процентов было довольно тесно связано с потребностями коммерческих расчетов. В современной жизни задачи на проценты так же актуальны, так как расширяется сфера практического приложения процентных расчетов. Везде – в газетах, по радио и телевидению, в транспорте и на работе обсуждаются повышение цен, зарплат, рост стоимости акций, снижение покупательской способности населения. Коммерческие банки своими объявлениями стремятся привлечь деньги населения на различных условиях, появляются сведения о доходах по акциям различных предприятий и фондов, меняются проценты банковского кредита. Все это требует умения производить хотя бы несложные процентные расчеты для сравнения и выбора более выгодных условий.

Изучение темы «Проценты» и решение задач на проценты начинается в 5-ом классе, затем решение задач на проценты продолжается в 6-ом класса, в курсе алгебры основной и средней (полной) школы; кроме этого задачи на эту тему решаются на уроках физики, химии, экономики и других учебных дисциплин.

В пятом классе дается определение процента: сотую часть центнера называют килограммом, сотую часть гектара – аром или соткой. Принято называть сотую часть любой величины или числа процентом.

Процентом называют одну сотую часть.

В пятом классе рассматриваются задачи на нахождение процента от числа, числа по его проценту, на нахождение процентного отношения.

Задача 1. Швейная фабрика выпустила 1200 костюмов. Из них 32% составляют костюмы нового фасона. Сколько костюмов нового фасона выпустила фабрика?

Задача 2. За контрольную работу по математике отметку «5» получили 12 учеников, что составляет 30% всех учащихся, Сколько учеников в классе?

Задача 3. Из 1800 га колхозного поля 558 га засажено картофелем. Какой процент поля засажен картофелем?

Решение этих задач рассматривается в пункте 40 учебника «Математика», 5 класс, Н.Я. Виленкин и др, здесь же и далее предлагается большой набор разнообразных задач на проценты. В учебнике «Математика», 6 класс, Н.Я, Виленкина и др. линия задач на проценты продолжается, предложена подборка интересных простых и сложных задач на эту тему. Но для отработки умений и навыков решения задач на проценты в 5 – 6 классах можно использовать и другие задачи. На пример:

Задача. На сколько процентов 3 меньше 5?

Решение: 1. На сколько единиц 3 меньше 5?

5 – 3 =2

2. На сколько процентов 3 меньше 5?

2 / 5 \*100 = 40(%)

Ответ: на 40 %.

Задача. На сколько процентов увеличится произведение двух чисел, если одно из них увеличить на 50%, а другое уменьшить на 20%?

Эту задачу полезно рассмотреть после изучения темы « Свойства сложения и умножения. Упрощение выражений».

Решение: Пусть а – первое число, в – второе число, ав - их

произведение; тогда а + 0,5а = 1,5а – первое число после его

увеличения на 50%, в – 0,2в = 0,8в – второе число после его

уменьшения на 20%; 1,5а \* 0,8в = 1,2ав – новое произведение.

Найдем на сколько второе произведение больше первого:

1,2ав – ав = 0,2ав.

Ответим на главный вопрос задачи: 0,2ав = 0,20ав - это 20% от ав.

Ответ: на 20%.

Задача. Цену товара сначала снизили на 30%, а затем новую цену снизили на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Решение: Для лучшего усвоения сути решения этой задачи лучше сначала решить ее на числовых данных. Пусть первоначальная цена товара 500 рублей.

1. 500 \* 0,3 = 150(руб.) – снижена цена товара в первый раз.
2. 500 – 150 = 350(руб.) – цена товара после первого снижения.
3. 350 \* 0,1 = 35(руб.) - снижена цена товара во второй раз.
4. 350 – 35 = 315(руб.) - цена товара после второго снижения.
5. 500 – 315 = 185(руб.) - снижена цена товара за два раза.
6. 185 / 500 \*100 = 37(%)

Ответ: на 37%.

Затем решаем задачу в общем виде.

Пусть первоначальная цена товара х рублей. После первого снижения цена товара х – 0,3х = 0,7х. После второго снижения цена товара 0,7х – 0,1 \* 0,7х = 0,7х – 0,07х = 0,63х. Итак, цена товара всего снижена на х -0,63х = 0,37х. 0,37 от первоначальной цены – 37%.

Ответ: на 37%.

Интересными и полезными будут задачи:

- Зарплату увеличили на 80%.Верно ли, что она увеличилась в 1,8 раза?

Ответ: да.

- Если цену увеличить в 2 раза, то на сколько процентов она увеличилась?

Ответ: на 100%.

- Служащая банка объяснила клиенту, что вложенная им сумма увеличится на 200%, то есть в 2 раза. В чем ошиблась служащая и как нужно исправить сказанное, если проценты указаны верно?

Ответ: первоначальная сумма составляет 100%, она увеличена на 200% и теперь составляет 300%. 300% больше 100% в 3 раза.

В дальнейшем есть смысл решить и другие задачи:

- Цену товара сначала снизили на 20%, затем новую цену снизили на 15%, и еще раз снизили на 10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?

Ответ: на 38.8%.

- Мука подорожала на 10%, а через месяц подешевела на 10%. Сравнить новую цену с первоначальной.

Ответ: цена муки снизилась на 1%.

- Цена товара была понижена на 20%. На сколько процентов теперь надо ее повысить, чтобы получить первоначальную цену?

Ответ: на 25%.

- Цена товара повысилась на 25%, а затем еще на 25%. На сколько процентов необходимо снизить новую цену, чтобы она сравнялась с первоначальной?

Ответ: на 36%.

- Цена товара снизилась на 20%, а затем еще на 20%. На сколько процентов необходимо повысить новую цену, чтобы она сравнялась с первоначальной?

Ответ: на 56,25%.

Эти задачи и предложенные способы их решения помогут учащимся старших классов осмысленно решать аналогичные, но более сложные задачи по формуле сложных процентов.

Задачи на проценты занимают большое место в теме «Отношения и пропорция»:

- Сплав содержит 34% олова. Сколько граммов олова содержится в 240 г сплава? Какова масса сплава, содержащего 85 г олова?

Ответ: 81,6 г олова. 250 г сплава.

- В семенах льна содержится 42% масла. Сколько килограммов масла получится из 120 кг семян? Сколько килограммов семян необходимо для получения 105 кг масла?

Ответ: 50,4кг. 250 кг.

- Для выполнения плана в срок цех должен задействовать 60% производственной мощности. Сколько процентов производственной мощности должен задействовать цех, что бы к тому же сроку перевыполнить план на 10%?

Ответ: 66%.

- Для выполнения плана в срок цех должен задействовать 60% производственной мощности. Сколько процентов производственной мощности достаточно задействовать цеху, что бы к тому же сроку выполнить план на 90%?

Ответ: 50%.

- Для стада коров фермер заготовил корма на 30 дней. На сколько дней хватит этих кормов, если поголовье сократится на 40%, а дневная норма расхода кормов увеличится на 25%?

Ответ: на 40 дней.

- Для стада коров фермер заготовил корма на 30 дней. На сколько дней хватит этих кормов, если поголовье увеличится на 25%, а дневная норма расхода кормов снизится на 20%?

Ответ: на 30 дней.

Если при решении первых задач учащиеся чаще всего составляют пропорцию, то при решении последних двух задач есть смысл использовать определение прямо пропорциональной и обратно пропорциональной зависимостей. При увеличении значений одной величины в несколько раз значение другой величины увеличивается во столько же раз – прямо пропорциональная зависимость, при увеличении значений одной величины в несколько раз значение другой величины уменьшается во столько же раз – обратно пропорциональная зависимость и наоборот.

Имея определенный резерв времени на уроке или на занятиях кружка можно рассмотреть решение более сложных задач практической направленности:

- Производительность труда повысилась на 25%. На сколько процентов уменьшится время выполнения задания?

Решение: пусть производительность труда х, время выполнения задания у. Производительность труда повысилась на 25%, то есть х + 0,25х = 1,25х = 5/4х. Чтобы выполненная работа не изменилась, надо 5/4х умножить на 4/5у = 0,8у, то есть время выполнения задания уменьшится, у – 0,8у = 0,2у, или на 20%.

Ответ: на 20%.

- Деньги, вложенные в акции известной фирмы, приносят ежегодно 20% дохода. За сколько лет вложенная сумма удвоится?

Решение: для более глубокого понимания смысла условия задачи лучше решать эту задачу, находя последовательно процент от процента:

Пусть х – первоначальная сумма

х + 0,2х = 1,2х - сумма через год

1,2х + 0,2 \* 1,2х = 1,2х + 0,24х = 1,44х - сумма через два года

1,44х + 0,2 \* 1,44х = 1,44х + 0,288х = 1,728х - сумма через три года

1,728х + 0,2 \* 1,728х = 1.728х + 0,3456х = 2,0736х - сумма через четыре года

Ответ: менее, чем через 4 года.

- В автоинспекции города А подсчитали, что число легковых автомобилей увеличивалось в последние годы на 15% ежегодно. Во сколько раз увеличится число легковых автомобилей за пять лет, если эта тенденция сохранится?

Ответ: примерно в 2 раза.

Большой интерес представляют задачи на смеси и сплавы. Вот одна из них:

- Из 40 т руды выплавили 20 т металла, содержащего 6% примесей. Сколько процентов примесей в руде?

Решение: 20 \* 0,06 = 1,2(т) - примесей в металле

40 – 20 + 1,2 = 21,2(т) - примесей в руде

21,2 / 40 = 0,53, что составляет 53%

Ответ: 53%.

Мир задач на проценты бесконечен, эти задачи интересны, увлекательны, развивают логику, сообразительность, побуждают учащихся мыслить, но время, отводимое в учебном плане на математику, катастрофически падает, и этому подтверждение последняя задача:

- В некотором царстве, в некотором государстве пятиклассники стали изучать математику не 6, а 5 уроков в неделю. Кроме того, урок у них стал длиться не 45, а 40 минут. Сколько процентов учебного времени потеряли пятиклассники? Ответ округлите до десятых.

Решение: учебное время теперь составляет 5 / 6 \* 40 / 45 = 20 / 27 от прежнего.

Потеря составила 1 – 20 / 27 = 7 /27 = 0,2592…, или примерно 25,9%.

Ответ: 25,9%.

Но школьный учитель – всегда оптимист, используя эффективные технологии обучения, он найдет время для развития математических способностей своих учеников путем решения задач на проценты.