МОУ «Кораблинская средняя школа №2»

Исследовательский проект

«Этот удивительный лист Мебиуса»

Выполнили

 ученики 8- а класса:

Комягин Илья

Ерин Николай

Фролов Роман

Руководитель проекта:

 Аксенова М.И.,

учитель математики

2023г.

Оглавление

Введение 3

1. Лист Мебиуса 5

1.1 Историческая справка 5

1.2. Что такое лист Мебиуса? 5

1.3 Топология как наука 6

1.4 Опыты с листом Мебиуса 6

2. Загадки листа Мебиуса 8

2.1. Проведение и описание экспериментов 8

2.2. Практическое применение 9

2.3. Лист Мебиуса в искусстве, архитектуре 12

2.4. Памятники Листу Мебиуса 13
3. Заключение по работе 13
4.Литература 15
Прилагается: презентация «Этот удивительный лист Мебиуса»

**Введение**

При изучении темы «Геометрические фигуры» мы сделали из обычной прямоугольной полоски кольцо под названием «Лист Мёбиуса». И были очень удивлены, как из обычного листа с лицевой и изнаночной сторонами получилась поверхность, имеющая только лицевую сторону. Поэтому мы решили провести исследование и выявить интересные свойства листа Мёбиуса, а затем провести мастер – класс со своими одноклассниками.

Так возникла идея проведения исследовательской работы, в которую вошли теоретический материал и эксперименты. Мы предполагаем, что лист Мёбиуса обладает действительно неожиданными свойствами.

Исследовательский проект по содержанию является монопредметным (математика), по стилю исполнения межпредметным (математика, информатика).

Основными этапами исследования были:

* постановка проблемы,
* овладение методикой исследования,
* сбор собственного материала,
* проведение опытов и экспериментов,
* разработка нового электронного продукта.

**Тема исследовательской работы**: «Этот удивительный лист Мебиуса»

## Цель работы

Изучить разнообразные свойства листа Мебиуса и доказать их с помощью опытов. Найти, где они применяются.

## Задачи работы

* Прочитать математическую литературу, в которой авторы рассказывают о таком объекте как «лист Мёбиуса», исследовать полученную информацию.
* Провести опыты, эксперименты и выявить свойства ленты Мебиуса.
* Установить области применения ленты Мебиуса.
* Создать презентацию в Microsoft Power Point.
* Провести мастер – класс.

**Гипотеза исследования**: лист Мёбиуса действительно обладает неожиданными свойствами.

**Объект исследования**: лист Мёбиуса.

**Предмет исследования**: свойства листа Мёбиуса.

**Методы исследования**: эксперимент, моделирование, анализ.

**Цель исследования**:показать, что в математике много увлекательного и интересного. Найти подтверждение применения ленты Мёбиуса в современном мире

**1. Лист Мёбиуса**

***1.1 Историческая справка***

 Таинственный и знаменитый лист Мёбиуса (иногда говорят: «лента Мёбиуса») придумал в 1858 г. немецкий геометр Август Фердинанд Мёбиус (1790-1868), ученик "короля математиков" Карла Гаусса. Мебиус был одним из крупнейших геометров XIXвека. В 1858 году лейпцигский профессор послал в Парижскую академию наук работу, включавшую сведения об этом листе. Семь лет он дожидался ответа, и, не дождавшись, опубликовал результаты. Что же это за открытие? Односторонние поверхности. Одна из них, впоследствии, была названа его именем – лист Мёбиуса. А подтолкнуло его к этому открытию то ли созерцание лихо завязанного шарфика его домоправительницы, то ли неправильно сшитая служанкой ленточка.

 Одновременно с Мёбиусом изобрел этот лист и другой ученик К.Ф. Гаусса – Иоганн Бенедикт Листинг (1808 – 1882), профессор Геттингенского университета. Свою работу он опубликовал на три года раньше, чем Мёбиус, – в 1862 году.

Что же поразило этих двух немецких профессоров? А то, что у листа Мёбиуса всего одна сторона. Мы же привыкли к тому, что у всякой поверхности, с которой мы имеем дело, – две стороны.

 ***1.2. Что такое лист Мебиуса?***

***Анкетирование учащихся.***

Чтобы выяснить, что же знают ученики нашей школы о листе Мёбиуса и его свойствах, мы провели среди них анкетирование. Анкета содержала следующие вопросы:

**Анкета**

Ответьте, пожалуйста, на следующие вопросы:

1. Знакомо ли Вам понятие «Лист Мёбиуса»?

- я знаю, что это такое

- только слышал о таком понятии

- не знакомо

2. Знаете ли Вы о свойствах листа Мёбиуса?

- нет

- да, это следующие свойства - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. Знаете ли Вы, где применяется Лист Мёбиуса?

- нет

- да, он применяется - \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Анкетирование показало, что большинству опрошенных не знаком лист Мёбиуса и всё, что с ним связано.

 Лист Мёбиуса - это простейшая односторонняя поверхность с краем. Попасть из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края.

Самое же удивительное, пожалуй, то, что мы смогли её сделать своими руками и это совсем несложно. Надо лишь взять полоску бумаги и для ясности обозначить углы с одной стороны ленты 1 и 2, а с другой - 3 и 4. Далее склеить её концы, предварительно повернув один из них на 180о. Точка 1 совпадет с точкой 3, а точка 2- с точкой 4.

И тогда в ваших руках окажется лист, или лента Мёбиуса.

 ***1.3 Топология как наука***

 Изучая литературу, мы поняли, что открытие листа Мёбиуса дало толчок развитию нового раздела геометрии-топологии. Топология (по-другому: «геометрия положения» или «резиновая геометрия») - это раздел геометрии, изучающий свойства таких фигур, которые не изменяются при деформациях, не допускающих разрывов и склеивания. С точки зрения топологии кружка и бублик неотличимы. Круг, эллипс, квадрат и треугольник обладают одинаковыми свойствами и являются одной и той же фигурой. А вот баранка и шар - разные объекты: чтобы сделать отверстие, надо разорвать резину.

Сама топология, можно сказать, началась именно с листа Мёбиуса. Слово это придумал Иоганн Бенедикт Листинг.

***1.4.Опыты с листом Мебиуса***

 У каждого из нас есть интуитивное представление о том, что такое «поверх­ность». Поверхность листа бумаги, поверхность стен класса, поверхность земного шара известны всем. Может ли быть что - нибудь таинственное в таком обычном понятии? Да, может. Примером является лист Мёбиуса. Чтобы изучить его свойства, мы провели несколько опытов.

 Опыт №1. Зададимся вопросом: сколько сторон у этой полоски бумаги?

Две, как у любого другого? А ничего подобного. У ленты, из которой сделан лист Мёбиуса, имеются две стороны. А у него самого, оказывается, только одна! Мы провели опыт: взяли краски и стали закрашивать ленту в одном направлении. Что же оказалось?

Результат: закрашенной оказалась вся лента целиком! А ведь мы ее не переворачивали, чтобы закрасить с другой стороны. Да и не смогли бы перевернуть, даже если бы очень захотели, потому как поверхность ленты Мебиуса - *односторонняя*. Вот каким любопытным свойством она обладает.

 Опыт №2. Что же из этого свойства следует? А следуют удивительные превращения ленты. Мы разрезали ее вдоль, точно посередине.

Результат: получилась не две, а одна лента.

Опыт №3. Сделали новый лист и разрезали ленту на расстоянии 1/3 ее ширины от края.

Результат: получилось два кольца – но!- одно большое и сцепленное с ним маленькое.

*Вывод: Лист Мебиуса обладает связностью.*

 Опыт №4. На листе Мёбиуса соединим любую точку с любой другой точкой.

Результат: Разрывов нет – непрерывность полная.

*Вывод: Лист Мебиуса обладает непрерывностью.*

 Опыт №5 .Мы вырезали бумажного человечка и отправили его вдоль пунктира, идущего посередине листа Мёбиуса.

Результат: он вернулся к месту старта. Но в каком виде! В перевернутом! А чтобы он вернулся к старту в нормальном положении, ему нужно совершить ещё одно «круголистное » путешествие.

*Вывод: Лист Мебиуса не обладает ориентированностью.*

 Наши опыты показали, простая полоска бумаги, но перекрученная всего лишь раз и склеенная затем в кольцо, сразу же превращается в волшебную ленту Мебиуса и приобретает удивительные свойства такие как:

односторонность, непрерывность, связность, неориентированность.

**2.Загадки листа Мёбиуса**

***2.1.Проведение и описание экспериментов***

Что получится, если лист Мёбиуса разрезать вдоль на 3 полоски, 4,5,6,7 полосок? *Эксперимент №1*

Каков результат разрезания листа Мёбиуса на 3 полоски?

Исходный материал — на обеих сторонах ленты на равном расстоянии от краев проводим по две пунктирные линии. Склеиваем лист Мёбиуса. Разрезаем по пунктирным линиям (на 3 полоски).

Результат разрезания – получается 2 кольца. Одно из них вдвое длиннее первоначальной ленты и вдвое перекручено. Оно получилось из краев исходной ленты. Другое — лист Мёбиуса — состоит из центральной части исходного листа Мёбиуса.

 *Эксперимент №2*

Исходный материал — лента шириной 5 см, на которой нанесен пунктир, отступив от края на 1 см, 2 см, 3 см и 4 см. Сделаем из неё лист Мёбиуса. Разрезаем его по пунктиру (на 5 полосок).

Результат разрезания – получим 3 кольца: I — лист Мёбиуса — 1 перекрут, ширина 1 см, длина равна длине исходного кольца. II, III — кольца с двумя перекрутами, ширина 1 см, длина в 2 раза больше исходного листа. II и III кольцо сцеплены с I кольцом и между собой.

Далее мы решили провести эксперименты с разрезанием листа Мёбиуса на 4, 6, 7 полосок и занесли результаты в таблицу.

 Результаты экспериментов.

|  |  |
| --- | --- |
| Число разрезаний листа Мебиуса | Что получилось при разрезании листа Мебиуса |
| большие | маленькие |
| 2 | 1 | 0 |
| 3 | 1 | 1 |
| 4 | 2 | 0 |
| 5 | 2 | 1 |
| 6 | 3 | 0 |
| 7 | 3 | 1 |

Проанализировали табличные данные и заметили, что результаты зависят от чётности числа полосок, на которые разрезали лист Мёбиуса.

 Выводы по проведённым экспериментам:

при разрезании листа Мёбиуса на чётное число полосок получаются только большие сцеплённые кольца, число которых в 2 раза меньше числа полосок.

При разрезании листа Мёбиуса на нечётное число полосок получаются одно маленькое и несколько больших колец, сцеплённых с маленьким.

***2.2. Практическое применение листа Мебиуса***

Но лента Мёбиуса не только упражнение для разума, она и вполне практически применяется. Чудесные свойства листа Мебиуса привели к новым открытиям и изобретениям: запатентовано множество устройств, например, ремень для заточки, красящая лента для печатающих устройств, ременная передача и другие технические решения.

 Свойство односторонности листа Мёбиуса было использовано в технике: если у ременной передачи ремень сделать в виде листа Мёбиуса, то его поверхность изнашивается вдвое медленнее, чем у обычного кольца. Это даёт ощутимую экономию. Свойства, которыми обладает лента Мёбиуса можно использовать в швейной промышленности при оригинальном раскрое ткани.

Пружинный механизм детских заводных игрушек чаще всего выходит

из строя, потому, что дети нередко пытаются заводить пружину, когда она и

так закручена до предела. Кольцевая перекрученная пружина может стать

"вечным двигателем" для детских игрушек.

 Во многих матричных принтерах красящая лента также имеет вид листа Мёбиуса для увеличения её ресурса.

 Благодаря ленте Мебиуса возникло множество самых разнообразных изобретений. Так, например, были созданы особые кассеты для магнитофона, которые дали возможность слушать магнитофонные кассеты с "двух сторон” не меняя их местами.

А всего в разных странах за последние годы выдано более ста патентов и авторских свидетельств на использование этой удивительной ленты.

Кроме этого, по подобию листа Мёбиуса изготовлены различные фильтры, пружины для рулевого колеса штурвалов, низкотемпературные сверхпроводники.

 И, наконец, резистор Мёбиуса, который может отменить или уничтожить свое собственное сопротивление.

Но, еще более удивительные открытия ждали нас, когда мы обратились к Интернет- ресурсам. Мы узнали о трех гипотезах, выдвигаемых учеными, связанных с листом Мёбиуса.

***3 гипотезы***

* Есть гипотеза, что спираль ДНК сама по себе является фрагментом ленты Мёбиуса, и только поэтому генетический код так сложен для расшифровки и восприятия. Больше того – такая структура вполне логично объясняет причину биологической смерти – спираль замыкается сама на себе, и происходит самоуничтожение.
* Физики выдвинули гипотезу, что наша Вселенная, вероятно, замкнута в ту же ленту Мёбиуса согласно теории относительности А. Эйнштейна. И тогда можно предположить, что космический корабль, запущенный с Земли, двигаясь по прямой, рано или поздно, вернется к месту старта.
* Физики также утверждают, что все законы оптики основаны на свойствах листа Мёбиуса. В частности, отражение в зеркале – это своеобразный перенос во времени, длящийся сотые доли секунды. Ведь мы видим перед собой… правильно, зеркального своего двойника.

 Лист Мёбиуса применяется:

* в кулинарии для того, чтобы создать интересный и аппетитный вид для булочек, сушек, хвороста. А также при изготовлении инструментов для приготовления и украшения различных блюд, силовых конструкций (мешалка).
* Мёбиусовый лист понравился не только математикам, но и фокусникам Более 100 лет лист Мёбиуса используется для показа различных фокусов и развлечений.
* При изготовлении мебели. Стол с одной поверхностью, за которым можно стоять, сидеть и на котором можно удобно лежать. Кресло – кровать, родившееся под девизом «Двойное кресло – двойное удовольствие».
* При изготовлении обуви. Идея туфель такова: кожаный верх туфель и подошва представляют собой единую ленту, закрученную определенным образом.
* Интересная вещь шарф Мёбиуса, появившаяся в гардеробах 21 века. Шарф Мёбиуса можно сделать самому связав концы шарфа, перекрутив на один оборот.
* В бижутерии.
* Лист Мёбиуса считают символом современной математики, так как именно он дал толчок новым математическим исследованиям.
* Международный символ переработки представляет собой Лист Мёбиуса.

***2.3.Лист Мёбиуса в искусстве, архитектуре***

Лист Мебиуса служил вдохновением для скульпторов, художников и графиков. Мауриц Эшер был одним из художников, кто особенно любил его и посвятил несколько своих литографий этому математическому объекту. Одна из известных — лист Мебиуса II показывает муравьёв, ползающих по его поверхности.

Макс Билл. Скульптура «Узел без конца». Национальный музей современного искусства. Париж.

Скульптура в американском штате Иллинойс.

 Аттракцион “Американские горки” напоминает форму листа Мебиуса.

В настоящее время рассматривается проект постройки библиотеки в виде листа Мёбиуса в Казахстане.

Изгибы здания образуют лист Мёбиуса, таким образом, внутреннее пространство переходит во внешнее и обратно; подобным образом стены переходят в крышу, а крыша трансформируется обратно в стены. Естественный свет проникает во внутренние коридоры сквозь геометрические отверстия во внешней оболочке, создавая прекрасно освещённые пространства, идеальные для чтения.

Лестница в немецком городе Дуйсбурге.

Бесконечная лестница в Мюнхене.

***2.4 Памятники Листу Мебиуса***

 В городе Минске в скверике около научной библиотеки имени Якуба Коласа сооружён памятник ленте Мёбиуса как символ бесконечности познания окружающего мира.Памятник ленте Мёбиуса в Минске представляет собой изящную металлическую ленту, закреплённую на массивном основании в виде камня-валуна. Вершину конструкции венчает отполированный до зеркального блеска шар. Памятник ленте Мёбиуса в Минске был открыт 22 января 2009 года к восьмидесятилетнему юбилею Национальной академии наук Беларуси. Авторы проекта – специалисты научно-производственного объединения «Центр».

Это украшение в виде ленты Мёбиуса сооружено в Риге в 2001 году.

В Москве есть также скульптурный памятник листу Мёбиуса.

**3. Заключение по работе**

Лист Мёбиуса – символ математики,
Что служит высшей мудрости венцом…
Он полон неосознанной романтики:
В нем бесконечность свернута кольцом.

В нем – простота, и вместе с нею – сложность,
Что недоступна даже мудрецам:
Здесь на глазах преобразилась плоскость
В поверхность без начала и конца.

Здесь нет пределов, нет ограничений,
Стремись вперед и открывай миры,
Почувствуй силу новых ощущений,
Прими познанья высшего дары…

 *Иванова Н. Ю.*

«Мышление начинается с удивления»,- заметил 2500 лет назад Аристотель.

 А математика замечательный предмет для удивления. В ходе математического исследования мы узнали много нового и интересного, необычного. Чтобы достичь своей цели, мы читали книги, работали с различными источниками информации в сети Интернет, проводили эксперименты.

Выводы о проделанной работе:

прочитав определённую литературу, мы познакомились с геометрической поверхностью - лентой Мёбиуса.

 Анализируя собранный материал, увидели необычность этой ленты;

 мы провели шесть опытов и четыре эксперимента и доказали его топологические свойства.

 Своими результатами исследования о листе Мебиуса мы поделились со своими одноклассниками. Думаем, что это их заинтересовало.

 Мы убедились, что лента Мёбиуса нашла применение во многих привычных для нас сферах жизни.

 Мы считаем, что главная ценность листа Мёбиуса состоит в том, что он дал толчок новым математическим исследованиям.

 А наша работа будет интересна любителям математики для расширения математического кругозора. Ее можно использовать учителям математики, как на уроках, так и во внеклассной работе.

# 4.Литература

1. М.Гарднер  «Математические чудеса и тайны». Просвещение,1993
2. И.Я. Депман, Н.Я. Виленкин «За страницами учебника математики». Просвещение,1989
3. Кордемский Б.А., Ахадов А.А. Удивительный мир чисел для учащихся. М.: Просвещение, 1996.
4. Е.С. Смирнова «Курс наглядной геометрии» 6 класс. Просвещение, 2002
5. Современный словарь иностранных слов.
6. И.Ф. Шарыгин . Л.Н. Еранжиева  «Наглядная геометрия» 5-6 класс. Дрофа, 2000г.
7. Энциклопедия для детей «Математика». Аванта+, 2001г.

Интернет-источники:
<http://schools.keldysh.ru/sch1905/4>
<http://abursh.sytes.net/rusart/sculpture/etkalo/defaultr.htm>
<http://www.chinara.ru/ex_5.htm>
<http://www.sola.narod.ru/top.htm>