**План внеклассного мероприятия по теме «Игры и стратегии с точки зрения математики»   
 по подготовке к олимпиаде по математике для 6–8 классов.**

**Составитель: Ометова Ирина Сергеевна МАОУ «СОШ №18»**

***Цели и задачи урока:***

1. Развитие логического мышления, способности анализировать и прогнозировать ходы в стратегических играх.

2. Формирование умения применять математические знания для решения игровых задач.

3. Обучение использованию основных идей стратегий для разработки выигрышных стратегий в различных играх.

***План урока:***

1. Введение в тему:

- Обсуждение понятия математической игры и ее ключевых характеристик.

- Представление примеров стратегических игр (шахматы, шашки, крестики-нолики и др.).

2. Понятие выигрышной и ничейной стратегии:

- Определение выигрышной стратегии как набора правил, следуя которым, один из игроков обязательно выиграет.

- Понимание ничейной стратегии как ситуации, когда один из игроков обеспечит себе либо выигрыш, либо ничью.

3. Анализ решения игровых задач:

- Решение задач на разработку выигрышной или ничейной стратегии.

- Запись хода первого игрока.

- Разработка алгоритма ходов в ответ на каждый ход соперника.

- Показ того, что независимо от хода соперника, есть возможность сделать ход, который приведет к победе.

4. Основные идеи стратегий:

- Игры-шутки.

- Симметричные игры.

- Стратегии, основанные на дополнении до фиксированного числа.

- Метод выигрышных позиций.

5. Практика:

- Решения задач по каждому типу стратегий.

6. Подведение итогов:

- Ответы на вопросы учеников.

***Содержание урока:***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Время | Деятельность учителя | Деятельность учащихся |
| 1 | 5 мин | Добрый день, ребята! Сегодня мы начнем изучение темы «Математические игры». Математическая игра – это игра, в которой каждый шаг подчиняется строгим правилам и основывается на математических принципах. Мы рассмотрим несколько примеров таких игр, включая шахматы, шашки, крестики-нолики и другие. В ходе нашего урока мы узнаем, что такое выигрышная и ничейная стратегия, научимся анализировать игровые задачи и познакомимся с основными идеями стратегий. Все это поможет нам лучше понять принципы работы с математическими играми и развить наше логическое мышление. Итак, давайте начнем! | Слушают объяснения |
|  |  | С примерами стратегических игр вы уже знакомы, давайте вспомним их и их правила.  Как вы думайте, существуют ли правила (стратегии) при которых один из игроков обязательно не проиграет в игре крестики-нолики?  В игре "крестики-нолики" двое игроков поочередно ставят крестики и нолики на поле 3x3. Кто поставит три одинаковых символа подряд по вертикали, горизонтали или диагонали, тот и выиграл. Какую стратегию должен использовать первый игрок, чтобы гарантировать себе победу?  **Решение:** Для того чтобы гарантировать победу, первый игрок должен ставить свой символ в центр поля. Таким образом, независимо от хода второго игрока, первый всегда сможет получить выигрышную комбинацию по крайней мере по одной из диагоналей. | Шахматы  Шахматы – это классическая стратегическая игра, в которой участвуют два игрока. Цель игры – поставить мат королю противника, контролируя передвижение фигур на шахматной доске. В процессе игры игроки могут делать ходы, убирая фигуры противника и защищая свои собственные.  Шашки  В шашках, как и в шахматах, цель игры – уничтожить все фигуры соперника. Однако в отличие от шахмат, фигуры в шашках движутся по прямой линии и могут "перепрыгивать" через другие фигуры. Правила игры также отличаются, делая шашки более динамичными и быстрыми по сравнению с шахматами.  Крестики-нолики  Крестики-нолики – это простая стратегическая игра для двоих игроков. Цель – заполнить строку, столбец или диагональ тремя своими знаками (крестиками или ноликами), прежде чем это сделает соперник. Игра проходит на сетке 3x3 и требует от игроков продуманных ходов и стратегического мышления. |
| 2 | 7 мин | Обсуждение понятий выигрышной/ничейной стратегии  Игра Боше: Правило игры «Баше» заключается в следующем: два игрока из кучки, содержащей первоначально 21 предмет, по очереди берут не менее одного и не более 4 предметов. Проигравшим считается тот, кому нечего брать. | Решают задачи на определение стратегий  Играют друг с другом, и с учителем. Среди учеников один или пара (а также учитель) постоянно выигрывают.  Первый игрок первым ходом берет одну спичку. А каждый следующий столько спичек, чтобы в сумме со вторым игроком составляли 5 спичек (т.е. если второй возьмет 2 спички, то первый должен взять 3: 2+3=5) |
|  |  | Теперь, когда мы понимаем, что такое математическая игра, давайте обсудим понятие выигрышной и ничейной стратегии.  **Выигрышная стратегия** – это набор правил, следуя которым, один из игроков обязательно выиграет, независимо от действий соперника. Такая стратегия предполагает тщательное планирование и знание всех возможных ходов и ответов на них.  Пример выигрышной стратегии можно увидеть в шахматах, где опытный игрок может предсказать множество ходов соперника и заранее спланировать свою игру так, чтобы одержать победу.  **Ничейная стратегия**, напротив, предполагает, что один из игроков гарантированно получит либо выигрыш, либо ничью. Такая стратегия часто используется в играх, где целью является получение максимального количества очков или ресурсов, и где результат игры зависит от баланса сил между игроками.  Давайте попробуем решить несколько задач, чтобы лучше понять эти концепции. | Задача на понимание ничейной стратегии:  Два игрока играют в игру, где каждый может выбрать одну из двух опций: красный или зеленый. Они делают ходы по очереди, и каждый ход должен быть противоположным предыдущему (например, если первый игрок выбрал красный, второй должен выбрать зеленый). Кто выиграет, если игроки будут действовать оптимальным образом?  Решение:  Поскольку каждый следующий ход должен быть противоположен предыдущему, игроки будут постоянно менять свой выбор между красным и зеленым. Следовательно, ни один из них не сможет выиграть, и игра закончится вничью. |
| 3 | 10 мин | 1. **Крестики-нолики**:    * **Условие**: Вам предстоит сыграть партию в крестики-нолики против компьютера. Компьютер всегда ходит первым. Нужно разработать выигрышную стратегию.    * **Ход компьютер**: x    * **Ваш ход**: o    * **Компьютер**: y    * **Вы**: z    * Продолжайте, пока не разработаете стратегию. 2. **Шашки**:    * **Задача**: Вашему противнику осталось всего две шашки, а у вас шесть. Разработайте ничейную стратегию, чтобы не проиграть. 3. **Ним**:    * **Игра**: Игра начинается с 10 камнями. Ход игрока состоит в том, чтобы взять любое количество камней, но не больше половины остатка. Кто возьмет последний камень, тот и проиграл. Разработать выигрышную стратегию.   **Показ того, что независимо от хода соперника, есть возможность сделать ход, который приведет к победе**   1. В крестиках-ноликах:    * Показать, что даже если соперник займет выгодную позицию, у вас всегда есть возможность изменить ситуацию в свою пользу. 2. В шашках:    * Показать, как можно вынудить противника совершить ошибку или оказаться в невыгодной позиции, из которой невозможно выйти. 3. В игре Ним:    * Показать, что вы можете контролировать количество камней на доске таким образом, чтобы вынудить соперника взять последний камень. | **Запись хода первого игрока**   1. Рассмотрим задачу на крестики-нолики:    * Первый ход должен быть таким, чтобы создать максимальное пространство для маневра и ограничить свободу действий противника. 2. В шашках:    * Первым ходом стоит выдвинуть одну из шашек ближе к центру доски, чтобы иметь больше возможностей для дальнейших ходов. 3. В игре Ним:    * Начальный ход может зависеть от общей стратегии, которую вы выбрали. Обычно рекомендуется брать небольшое количество камней для начала, чтобы сохранить гибкость.   **Разработка алгоритма ходов в ответ на каждый ход соперника**   1. В крестиках-ноликах:    * После первого хода соперника нужно оценить его стратегию и выбрать свой следующий ход исходя из этого. Например, если соперник пытается захватить центр, можно отрезать его от центра, установив собственный крестик рядом. 2. В шашках:    * Следить за тем, чтобы ваши шашки не оказались в ловушке и продолжали создавать давление на шашки противника. 3. В игре Ним:    * Исходя из текущего количества камней на доске и количества камней, взятых соперником, рассчитывать следующий ход так, чтобы приблизиться к выигрышной позиции. |
| 4 | 10 мин | **Игры-шутки**  **Пример 1:**  Два игрока играют в игру. Каждый может выбрать одно из двух действий: 1) "выстрел" или 2) "пойти домой". Первый игрок выбирает "выстрел", второй – "пошел домой". Кто выиграл?  **Симметричные игры**  **Пример 2:**  Игра "Камень, ножницы, бумага": определите выигрышную стратегию для этой игры.  **Стратегии, основанные на дополнении до фиксированного числа**  **Пример 3:**  Двое игроков играют в игру, в которой каждый ход увеличивает число на 1 или уменьшает его на 2. Необходимо прийти к числу 0. Кто выиграет, если первый ход делает игрок А?  **Метод выигрышных позиций**  **Пример 4:**  На шахматной доске даны король и ладья. Докажите, что король всегда может быть захвачен ладьей, независимо от начальной позиции. | Решение: Поскольку первый игрок выбрал "выстрел", а второй – "пошел домой", они оба сделали разные выборы, поэтому ничья.  Решение: Поскольку игра симметрична, нет выигрышной стратегии в обычном смысле. Лучшая стратегия – случайный выбор.  Решение: Если игрок А начинает с числа n > 0, то он может уменьшать число на 2 до тех пор, пока оно не станет равным 0. Поэтому выигрывает игрок А.  Решение: Ладья может двигаться по вертикали и горизонтали, в то время как король ограничен движением по одной клетке в любом направлении. Ладья всегда может обойти короля сзади или спереди, вне зависимости от его начальной позиции. |
| 5 | 15 мин | 1. **Игры-шутки**:    * **Задача**: Два игрока играют в игру. Они кидают монетку. Если выпадет орел, то первый игрок выигрывает. Если решка, то второй игрок выигрывает. Но перед началом игры первый игрок говорит второму, что он подбросил монетку и она упала орлом вверх. Кто выиграет? 2. **Симметричные игры**:    * **Задача**: Игра "Камень, ножницы, бумага". У обоих игроков есть по одному предмету каждого типа. Они одновременно показывают свои предметы. Кто победит? 3. **Дополнение до фиксированного числа**:   **Задача**: Двое игроков кладут одинаковые круглые монеты на прямоугольный стол; монеты могут свешиваться за край (но не должны падать) и не могут перекрываться. Кто не может положить монету, проигрывает. (Сдвигать ранее положенные монеты нельзя.)  **Метод выигрышных позиций**  **Пример 4:**  На столе лежат две кучки спичек: в одной 10, в другой 7. Игроки ходят по очереди. За один ход можно взять любое число спичек (1, 2, 3, …) из одной из кучек (по выбору игрока). Кто не может сделать ход (спичек не осталось), проигрывает.  **Пример 5:** Что будет в этой игре, если изначально в одной кучке 𝑚 спичек, а в другой 𝑛? | Работают в группах над задачами:  **Решение**: Оба игрока знают исход броска монетки, поэтому независимо от того, кто начал игру, результат остается неизменным. Значит, ничья.  **Решение**: Так как предметы одинаковые, победит тот, кто случайно выберет правильный предмет для противостояния с предметом соперника. Нет выигрышной стратегии.  **Решение**: В этой игре первый игрок может выиграть, положив свою монету в центр стола, а затем повторяя ходы второго симметрично относительно центра. (Симметрия относительно точки — поворот вокруг неё на 180∘ .) Если второму игроку удалось положить монету на пустое место так, что она не упала, то есть и пустое симметричное место, куда тоже можно положить монету (и она тоже не упадёт). И так далее.  **Решение**: Здесь первый игрок может гарантировать выигрыш, если сначала уравняет кучки, взяв три спички из большей. После этого он должен повторять ходы второго, но брать из другой кучки, восстанавливая нарушенное равенство.  **Решение**: Если 𝑚 ≠ 𝑛, то выигрывает первый: он должен своим ходом уравнять кучки, а потом поддерживать равенство. Если же 𝑚 = 𝑛, то игроки меняются местами: второй может восстанавливать равенство после нарушения его первым, тем самым обеспечив себе выигрыш. |
| 6 | 2 мин | Итак, сегодня мы завершили наше занятие по теме математических игр. Мы обсудили, что такое математическая игра, какие бывают стратегии, и рассмотрели несколько примеров стратегических игр.  Теперь, когда мы завершили наш урок, я предлагаю вам поделиться своими впечатлениями и задать вопросы. |  |