Мастер – класс:

**Уравнения в ГИА: типичные ошибки и пути их решения.**

Ярцева Алевтина Борисовна, учитель математики

1 слайд. - Здравствуйте, уважаемые коллеги! Тема нашего мастер класса: Уравнения в ГИА: типичные ошибки и пути их решения.

2 слайд. Цель: обсудить возможные методы решения уравнений

3 слайд.

28k+30n+31m=365

Говорят, уравнение вызывает сомнение, но итогом сомнения может быть озарение!

4 слайд. 4а)

В школьный курс математики входят темы, связанные с решением линейных, квадратных и дробно-рациональных уравнений, логарифмических, тригонометрических, с параметрами. Входят они, соответственно, и в программу экзамена в форме ГИА. При решении уравнений требуется выполнить алгебраические преобразования выражений, упрощающие решение уравнения, решить уравнение с дополнительными условиями или с использованием специальных приемов. В учебнике в основном отведено на изучение данной темы примеры стандартных способов решения, а в сборниках для подготовки к экзаменам попадаются уравнения более сложного уровня, например с параметрами.

4б) Данное противоречие порождает проблему:

4в) Как в сложившейся ситуации успешно подготовиться к сдаче экзамена по математике?

Что такое «уравнение» и где это понятие может встретиться нам в жизни? Какими методами пользоваться при решении уравнений, чтобы тратить минимальное время на решение?

Решением данной проблемы мы и займемся сегодня на мастер классе.

5 слайд.

Коллеги! Подскажите, какие ошибки допускают в решении уравнений ваши ученики? /поговорили/

Действительно, типичной ошибкой учащихся является то, что при решении уравнений без дополнительных пояснений используют нетождественные преобразования, нарушающие равносильность, что приводит к потере или появлению посторонних корней.

6,7,8 слайд. (примеры) В своей работе мы часто используем различные приемы и методы.

Прием «найди ошибку» - универсальный, активизирующий внимание учащихся.

Формирует: умение анализировать информацию; умение применять знания в нестандартной ситуации; умение критически оценивать полученную информацию.

 9 слайд.

Многие ошибки, допускаемые при решении уравнений, являются следствием того, что учащиеся очень часто пытаются решать задачи по шаблону, то есть привычным путем.

Типичная ошибка при решении уравнений и их систем состоит в том, что неверно преобразовываются выражения. учащиеся не владеют на нужном уровне определениями понятий, формулами, формулировками теорем, алгоритмами; неверно преобразовывают выражения; применяют равенства, правая и левая части которых имеют разные области определения.

10,11 слайд. (примеры) Что не учел учащийся?

/Верно, произошло сужение ОДЗ/

12 слайд.

Коллеги! Посмотрите за окно! Не успеем оглянуться и конец года - выпускники, после сдачи экзаменов захотят продолжить образование и стать абитуриентами, пройдет лето и многие из них будут студентами.

Предлагаю составить математическую модель этой ситуации.

Задача: как выпускнику стать студентом? Какие проблемы могут стоять в данной задаче?

(Предполагаемые ответы: Проблема сдать ГИА (ЕГЭ). Проблема поступить в ВУЗ. Другие проблемы)

Хорошо. Решим задачу поэтапно. Сравним количество выпускников школы с количеством детей поступивших в ВУЗ.

Что на ваш взгляд помешало всем выпускникам стать студентами?

Какие еще проблемы или причины повлияли на этот фактор?

13 слайд.

Вот мы и вышли на понятие параметра и определили личностный мотив каждого ученика 11 класса: для продолжения образования, для саморазвития и интеллектуального роста обучающимся необходимо прилежно и осознанно учиться в школе и заботиться о своем здоровье.

Возможность и умение решать задачи с параметрами демонстрируют владение методами решения уравнений, осмысленное понимание теоретических сведений, уровень логического мышления, стимулируют познавательную деятельность.

14 слайд.

Вернемся от социальной модели к математической.

Напомню.

 Определение: В уравнениях (неравенствах) коэффициенты при неизвестных или свободные члены, заданные не конкретными числовыми значениями, а обозначенные буквами называются параметрами.

Решить уравнение с параметром это значит, для каждого значения параметра найти значения x, удовлетворяющие условию этой задачи.

15 слайд.

Для решения уравнений с параметрами используют различные методы, сегодня рассмотрим некоторые из них.

16 слайд.

Аналитический метод — это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра. В литературе известен как способ силового, в хорошем смысле «наглого» решения. По – моему аналитический способ решения задач с параметром есть самый трудный способ, требующий наибольших усилий.

17 слайд.

Метод наглядной графической интерпретации. В зависимости от того, какая роль отводится параметру в задаче, можно выделить два основных графических приема: первый –построение графического образа на координатной плоскости Oxy, второй – на координатной плоскости Oxa.

18 слайд.

Рассмотрим способы решения задачи с параметром.

- Какой вывод можно сделать, сравнивая два способа решения задачи?

(Предполагаемые ответы: графический способ понятнее. Графическим способ

ом задача решается быстрее. На рисунке все решение видно.)

Да. Достаточно одного взгляда, чтобы определить количество корней уравнения в зависимости от параметра а. Анализируя график, дети понимают способ решения заданий с параметром.

19, 20 слайд.

Рассмотрим еще одно уравнение.

При каких а уравнение 𝑎 (𝑎 + 3) х2 + (2𝑎 + 6) 𝑥 − 3𝑎 − 9 = 0 имеет более одного корня?

Решим его аналитическим способом. При решении квадратного уравнения с параметром контрольными будут те значения параметра, при которых коэффициент при х2 обращается в 0.

Дело в том, что если этот коэффициент равен нулю, то уравнение превращается в линейное и решается по соответствующему алгоритму; если же этот коэффициент отличен от нуля, то имеем квадратное уравнение, которое решается по иному алгоритму (меняется процедура решения, в этом и состоит качественное изменение уравнения). Дальнейшее решение зависит от 𝐷.

Уравнение степени не выше второй, т.е. нельзя считать квадратным

I. Если a(a+3)=0, т.е. a = 0 или a = -3

а) при а=0, 6x – 9 = 0 20 x =1,5 единственный корень (не удовлетворяет условию задачи)

б) при a = -3, 0a = 0, x – любое число. (это значение параметра удовлетворяет условию задачи)

II. Если 𝑎(𝑎 + 3) ≠ 0, т.е. 𝑎 ≠ 0, 𝑎 ≠ −3, то уравнение является квадратным. Перепишем наше уравнение в следующем виде:

𝑎(𝑎 + 3)𝑥 2 +2 (𝑎 + 3)𝑥 − 3(𝑎 + 3) = 0

И т.к. 𝑎 + 3 ≠ 0, то обе части уравнения разделим на 𝑎 + 3 ≠ 0

Получим: 𝑎𝑥 2 + 2𝑥 − 3 = 0 𝐷1 = 1 + 3𝑎

Уравнение будет иметь два корня, если 𝐷1 > 0 Т.е. 1 + 3𝑎 > 0 𝑎 > − 1/ 3

При а = 0, уравнение имеет единственный корень, что не удовлетворяет условию задачи.

Значит, из промежутка (− 1/ 3; +∞) нужно исключить точку a = 0 и в ответ не забыть включить 𝑎 = −3. Ответ: при 𝑎 ∈ {−3} ∪ (− 1 /3; 0) ∪ (0; +∞)

Хотелось бы отметить, что если дискриминант оказывается полным квадратом, то для корней квадратного трехчлена получаются выражения, не содержащие радикалов, и это обстоятельство часто упрощает решение задачи. Однако такая ситуация попадается не всегда. В некоторых задачах, использование явных выражений для корней приводит к техническим трудностям и решение находится другими методами.

21 слайд.

Рассмотрим еще одно уравнение.

При каких значениях параметра а уравнение  не имеет решений?

Коллеги! Предложите способ решения.

22 слайд.

Спасибо. Действительно, данное уравнение проще решить через график функции.

22 слайд. /черный/ (Пишу на доске)

Рассмотрим еще одно уравнение с параметром.

Найдите все значения а, при каждом из которых уравнение имеет ровно один корень на отрезке .

24 слайд.

«Математике нельзя научиться, глядя как это делает сосед!»

 А.Нивен.

Предлагаю вам поработать самостоятельно или в парах.

25 слайд. (26,27 – повтор заданий для печати)

У вас на столе находятся задания. Задания абсолютно одинаковые.

Задание №1. Решить уравнение с параметром.

Задания №2. Используя графики найти решение.

Думаю 3 минут будет достаточно.

3 минуты прошли.

Проверим?

28 слайд. (карточка №1)

Записываем данное уравнение в виде. Построим графический образ обеих частей уравнения. Левая часть представляет собой «прямой угол», ветви направлены вниз, вершина (2;3). Правая часть представляет семейство прямых параллельных оси абсцисс. Из чертежа видно, что единственное решение возможно при а =3.

29 слайд. (карточка №2)

Замечательно! Все справились с заданиями.

Вернемся к эпиграфу мастер- класса. 28k+30n+31m=365.

Кто увидел? Кто догадался? Кто решил? Коллеги, вам ничего не напоминает число 365

31 слайд.

Как говорил Дьёрдь Пойа: «Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи — решайте их».

32 слайд.

Друзья, предлагаю заняться поиском полезных советов.

На слайде и на ваших столах находятся «пакетики с премудростями».

Выберите самый ценный совет из представленных и аргументирует свой выбор. Если ни один из представленных советов не понравился, можете предложить свой совет или скомбинировать новый совет из нескольких представленных. /поговорили/

33 слайд.

В заключении хочу зачитать вам притчу:

Шел рыцарь по пустыне. Долгим был его путь. По пути он потерял коня, шлем и доспехи. Остался только меч. Рыцарь был голоден, и его мучила жажда. Вдруг вдалеке он увидел озеро. Собрал он все оставшиеся силы и пошел к воде. Но у самого озера сидел трехглавый дракон. Рыцарь выхватил меч и из последних сил начал сражаться с чудовищем. Сутки бился, вторые бился. Две головы дракона отрубил. На третьи сутки дракон упал без сил. Обессиленный Рыцарь упал рядом, не в силах уже более стоять на ногах и держать меч. И тогда из последних сил дракон спросил:

-Рыцарь, а ты чего хотел – то?

- Воды попить.

- Ну так и пил бы.

Мораль: не усложняйте себе жизнь, учите детей решать рациональными способами.