Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа № 135» имени академика Б.В.Литвинова»

Методическое пособие для подготовки

 к многопрофильной инженерной олимпиаде «Звезда»

(Математика)

11 класс

Снежинск 2024

1

Данное пособие предназначено для того , чтобы научиться решать задания олимпиадного характера. К каждому заданию указано требуемые формулы для выполнения данного задания. Затем составлены опорные задания. Прорешав опорные задания, можно приступить к решению задания. В конце пособия предлагаются задания для самостоятельного решения.

2

ОГЛАВЛЕНИЕ:

Тригонометрия…………………………………………………………………………4

Логарифмы……………………………………………………………………………..6

Параметры………………………………………………………………………………9

Уравнения и неравенства………………………………………………………………14

Задачи для самостоятельной работы…………………………………………………16

3

11 класс.

Тригонометрия.

2015 г. Вычислить 

Формулы: формулы суммы, формулы приведения

Опорные задания:

1. Зная формулы,

вывести формулу 

1. Доказать формулу 

Решение:

, так как или



4

Но надо, чтобы везде был





или

заметим, что 

Тогда:

Если 

Если  и т.д.

Если 

Заметим: 

Ответ: 222

2021.Найдите наименьшее натуральное значение n, удовлетворяющее значению 

Формулы: формулы разности синусов, простейшие тригонометрические уравнения, значение числа ПИ.

Опорные задания:

 

если n=18, то k=?

если n=10, то k=?

если n=18m, то k=?

Сделать вывод: при каких значениях n(n-натуральное число) k принимает целые значения?

5

Решение:



















, то n-наименьшее равно 18.











 то n-наименьшее равно 30.

Ответ: n=18; n=30.

Логарифмы.

2015 г.Решить уравнение



Формулы: свойства логарифмической функции.

6

Опорные задания:

решить в целых числах



3) Для логарифмической функции сравнить с 0:





Сделать вывод: при каком значении x:





Решение:

Очевидно,что 

Значит надо показать, что будет при условиях:



7

Рассмотрим вторую систему:



Тогда , но это означает, что левая часть больше нуля, а правая часть меньше нуля. Значит решений здесь нет.

Рассмотрим третью систему:



Тогда , но это означает, что левая часть меньше нуля, а правая часть больше нуля. Значит решений здесь нет.

Остаётся единственный возможный случай-первая система:



Решим систему методом сложения (1)+(2):







Ответ: 

2018 г. Вычислить площадь фигуры, ограниченной на плоскости OXY линиями x=2, x=3, y=0, 

Формулы: свойства логарифмов.

Опорные задания:

8

Доказать : 

Решение:



Построим фигуру, ограниченную линиями :

x=2, x=3, y=0, y=e

Искомая фигура- прямоуголььник с шириной e и длиной 1.Площадь равна произведению 1 на e , значит e.

Ответ: е

Параметры.

2021. В зависимости от параметра найдите решение сиcтемы

Формулы: свойства логарифмов, логарифмирование.

Опорные задания:

1. О.Д.З. 
2. Сравнить с «0»:

 





если 

9

1. Решить уравнение: 

Решение:

Найдём О.Д.З. для системы: 

Рассмотрим второе уравнение:



Прологарифмируем по основанию y.





, то правая часть меньше либо равна 0

а левая часть 

Значит x=y=a

Ответ: x=y=a>1

2015.Найти все значения параметра a, при которых многочлен 

можно представить в виде произведения двух многочленов второй степени с целыми коэффициентами.

Формулы: разложение квадратного трёхчлена на множители.

Опорные задания:

1. При каком a выражения будут целыми:



10



1. Известно, что . При каком k a будет целым числом?
2. Представить в виде квадрата :



Решение:



1. Пусть 







Получаем: 

Вернёмся к замене:



Так как коэффициенты должны быть целыми, то

должны быть одновременно целыми числами.

Пусть целые числа. Следовательно их произведение тоже будет целым числом:



11

2a-целое, будет целым, если 

(если , то k каким должно быть? Пусть k=2n, следовательно



1. Заметим , что
2. 



Рассмотрим все варианты группировки скобок:

|  |  |
| --- | --- |
| Так как коэффициенты должны быть целыми числами, то - целые. Пусть Если m2=2n, то  | так как -иррациональное число, то данное разложение не подходит. |

12

Ответ: a=2n2 и a=n2, где n-натуральное число.

2018. При каких значениях параметра a система уравнений 

имеет единственное решение?

Формулы: уравнение сферы, общее уравнение плоскости, расстояние от точки до плоскости.

Опорные задания:

1. Построй эскиз тела по его уравнению:

(x-0)2+(y+2)2+(z-0)2=22

1. Известно, что сфера касается плоскости. Чему равно расстояние от центра сферы до плоскости?

(x-0)2+(y+2)2+(z-0)2=22- сфера

3x+4y+5z+6=0 - плоскость

1. Найти расстояние от точки А(0;2;0) до плоскости 3x+4y+5z+6=0

**Решение:**



1. (x-0)2+(y+2)2+(z-0)2=22- уравнение сферы с центром N (0;-2;0) и R=2
2. x+ay+az-a=0 – уравнение плоскости с коэффициентами А=1,B=a,C=a,D=-a.

Единственное решение возможно, если сфера касается плоскости, т.е. d=R:









**Ответ:** 

13

**Уравнения и неравенства.**

**2018. Решить уравнение:**



Опорные задания:

1. 
2. **Если x>13, то сравни**



1. **Если x<13, то сравни**



**Решение:**

Очевидно, что x=13.

Пусть **x>13, т.е. x=13+t,t>0**

 **x<13, т.е. x=13+t,t<0**



Если t<0



Тогда левая часть< правой части : 

Если t >0

Тогда левая часть > правой части:

14



Значит , x=13

**Ответ:** x=13

**2019. Решить неравенство:**

 ****

Формулы: о.д.з логарифмической функции, квадратного корня, график логарифмической функции.

Опорные задания:

1. Подбором найти корень уравнения



1. Построить график функции 
2. Сравнить с «0» :



**Решение:**

Найдём О.Д.З. :



Очевидно, что если x=0, то 

1. Рассмотрим 

Левая часть 

Правая часть 

Значит 

1. Рассмотрим 

Левая часть 

Правая часть 

Значит  не подходит.

**Ответ:**



15

**Задачи для самостоятельного решения:**

1. Решить неравенство:

 ****

**Ответ :**



1. Решить уравнение:



**Ответ: 14**

1. При каких значениях параметра a система уравнений 

**Ответ :**



1. Найдите наименьшее натуральное значение n, удовлетворяющее значению 

**Ответ: 9**

1. В зависимости от параметра найдите решение сиcтемы. 2018 г. 

**Ответ: x=y=a**

16

**Список использованной литературы и других источников**

1. <http://zv.susu.ru>
2. Эвнин А.Ю. 150 красивых задач для будущих математиков: с подробными решениями. Изд, стереотип: Учебное пособие, 2018. – 224 с.;
3. Эвнин А.Ю. Еще 150 красивых задач для будущих математиков: с подробными решениями. Учебное пособие, 2018. – 216 с.;
4. Математические олимпиады для школьников: методы и приемы решения задач : учебное пособие / Л.М. Данович, Н.А. Наумова, Т.А. Карачанская, О.В. Коренева, В.Н. Савин, А.Л. Бочарова-ЛескинаН.О. Чубырь, Т.П. Егорова, О.В. Пергун, Н.Ф. Тесленко; ФГБОУ ВО «КубГТУ». – Краснодар: Изд. ФГБОУ ВО «КубГТУ», 2018. – 164 с.

**17**