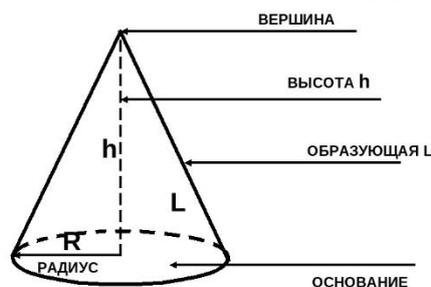


Подготовка к ЕГЭ. Решение задач по теме «Конус»



Задача 1.

Длина окружности основания конуса равна 3, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

Решение. $C=2\pi R$ – длина окружности основания, $\Rightarrow \pi R = \frac{C}{2}$.

Площадь боковой поверхности конуса равна $S = \pi Rl = \frac{1}{2}Cl$, где C — длина окружности основания, а l — образующая. Тогда

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3.$$

Ответ: 3

Задача 2.

Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 3 раза, а радиус основания останется прежним?

Решение.

Площадь боковой поверхности конуса равна $S = \frac{1}{2}lC$, где C — длина окружности основания, а l — образующая. При увеличении образующей в 3 раза площадь боковой поверхности конуса увеличится в 3 раза.

Ответ: 3.

Задача 3.

Во сколько раз уменьшится площадь боковой поверхности конуса, если радиус его основания уменьшится в 1,5 раза, а образующая останется прежней?

Решение.

Площадь боковой поверхности конуса равна $S = \pi r l$, где r — радиус окружности в основании, а l — образующая. Поэтому при уменьшении радиуса основания в 1,5 раза при неизменной величине образующей площадь боковой поверхности тоже уменьшится в 1,5 раза.

Ответ: 1,5.

Задача 4.

Высота конуса равна 6, образующая равна 10. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на Пи.

Решение.

Площадь поверхности складывается из площади основания $S_{\text{осн}} = \pi r^2$ и площади боковой поверхности: $S_{\text{бок}} = \pi r l$.

Радиус основания найдем по теореме Пифагора для треугольника, образованного высотой, образующей и радиусом: $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 8$. Тогда площадь поверхности

$$S = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(l + r) = \pi \cdot 8 \cdot 18 = 144\pi.$$

Ответ: 144.

Задача 5.

Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания. Ответ дайте в градусах.

Решение.

Площадь основания конуса равна $S_{\text{осн}} = \pi r^2$, а площадь боковой поверхности $S_{\text{бок}} = \pi r l$. Из условия имеем:

$$S_{\text{бок}} = 2S_{\text{осн}} \Leftrightarrow \pi r l = 2\pi r^2 \Leftrightarrow l = 2r.$$

Значит, в прямоугольном треугольнике, образованном высотой, образующей и радиусом основания конуса, катет, равный радиусу, вдвое меньше гипотенузы. Тогда он лежит напротив угла 30° . Следовательно, угол между образующей конуса и плоскостью основания равен 60° .

Ответ: 60.

Задача 6.

Площадь полной поверхности конуса равна 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.

Решение.

Исходный и отсеченный конус подобны с коэффициентом подобия 2. Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия. Поэтому площадь отсеченного конуса в 4 раза меньше площади поверхности исходного. Тем самым, она равна 3.

Ответ: 3.

Задача 7.

Радиус основания конуса равен 3, высота равна 4. Найдите площадь полной поверхности конуса, деленную на π .

Решение.

Найдем образующую по теореме Пифагора: $l = \sqrt{h^2 + r^2} = 5$. Площадь полной поверхности конуса

$$S = \pi r^2 + l\pi r = \pi r(l + r) = \pi \cdot 3 \cdot 8 = 24\pi.$$

Ответ: 24.

Задача 8.

Высота конуса равна 4, а диаметр основания — 6. Найдите образующую конуса.

Решение.

Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора

$$l = \sqrt{h^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{16 + \frac{36}{4}} = \sqrt{25} = 5.$$

Ответ: 5.

Задача 9.

Диаметр основания конуса равен 6, а длина образующей — 5. Найдите высоту конуса.

Решение.

Рассмотрим осевое сечение конуса. По теореме Пифагора

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{25 - \frac{36}{4}} = \sqrt{25 - 9} = 4.$$

Ответ: 4.

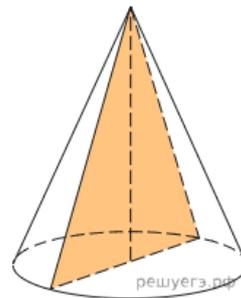
Задача 10.

Площадь основания конуса равна 16π , высота — 6. Найдите площадь осевого сечения конуса.

Решение.

Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, высота которого совпадает с высотой конуса, а основание является диаметром основания конуса. Поэтому площадь осевого сечения равна половине произведения высоты конуса на диаметр его основания или произведению высоты конуса на радиус основания R . Поскольку по условию $\pi R^2 = 16\pi$, радиус основания конуса равен 4, а тогда искомая площадь осевого сечения равна 24.

Ответ: 24.



Задача 11.

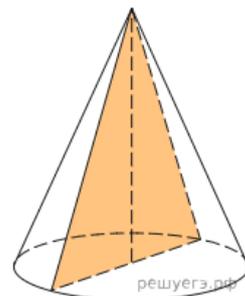
Высота конуса равна 8, а длина образующей — 10. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

Решение.

Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого — диаметр основания конуса, а высота совпадает с высотой конуса. Образующая конуса l , его высота h и радиус основания r связаны соотношением $l^2 = h^2 + r^2$, откуда $r = \sqrt{100 - 64} = 6$.

Следовательно, площадь осевого сечения $S = \frac{1}{2}(2r)h = rh = 6 \cdot 8 = 48$.

Ответ: 48.



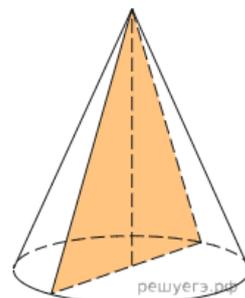
Задача 12.

Диаметр основания конуса равен 12, а длина образующей — 10. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

Решение.

Осевым сечением конуса является равнобедренный треугольник, основание которого — диаметр основания конуса, а высота совпадает с высотой конуса. Образующая конуса l , его высота h и радиус основания r связаны соотношением $l^2 = h^2 + r^2$, откуда $h = \sqrt{100 - 36} = 8$. Следовательно, площадь осевого сечения равна $0,5 \cdot 12 \cdot 8 = 48$.

Ответ: 48.



Задача 13.

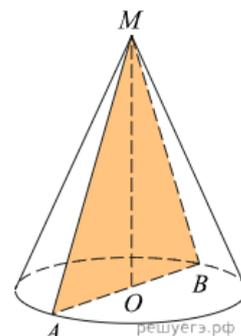
Найдите площадь осевого сечения конуса, радиус основания которого равен 3, а образующая равна 5.

Решение.

Осевое сечение конуса является равнобедренным треугольником, стороны которого являются образующими конуса, а основание — диаметр его основания. Поэтому для треугольника AMB имеем:

$$S_{AMB} = \frac{1}{2}AB \cdot MO = \frac{1}{2}AB \sqrt{MB^2 - OB^2} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{5^2 - 3^2} = 12.$$

Ответ: 12.



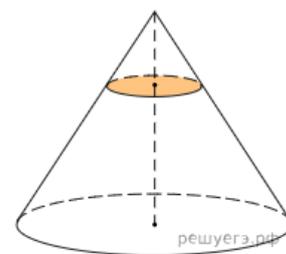
Задача 14.

Площадь основания конуса равна 45. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 4 и 8, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

Решение.

Исходный и отсеченный конус подобны с коэффициентом подобия 3. Площади поверхностей подобных тел относятся как квадрат коэффициента подобия. Поэтому площадь основания отсеченного конуса в 9 раз меньше площади основания исходного. Тем самым, она равна 5.

Ответ: 5.



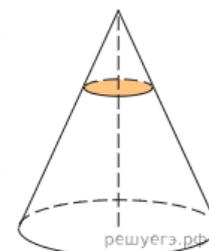
Задача 15.

Площадь основания конуса равна 18. Плоскость, параллельная плоскости основания конуса, делит его высоту на отрезки длиной 3 и 6, считая от вершины. Найдите площадь сечения конуса этой плоскостью.

Решение.

Сечение плоскостью, параллельной основанию, представляет собой круг, радиус которого относится к радиусу основания конуса как 3 : 9. Площади подобных фигур относятся как квадрат коэффициента подобия, поэтому площадь сечения в 9 раз меньше площади основания. Тем самым, она равна 2.

Ответ: 2.



Задачи для самостоятельного решения:

- 1) Длина окружности основания конуса равна 8, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 2) Длина окружности основания конуса равна 5, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 3) Длина окружности основания конуса равна 7, образующая равна 8. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 4) Длина окружности основания конуса равна 4, образующая равна 2. Найдите площадь боковой поверхности конуса.
- 5) Площадь основания конуса равна 9π , высота — 9. Найдите площадь осевого сечения конуса.
- 6) Площадь основания конуса равна 100π , высота — 15. Найдите площадь осевого сечения конуса.
- 7) Площадь основания конуса равна 25π , высота — 4. Найдите площадь осевого сечения конуса.
- 8) Площадь основания конуса равна 49π , высота — 10. Найдите площадь осевого сечения конуса.
- 9) Высота конуса равна 32, а длина образующей — 40. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 10) Высота конуса равна 12, а длина образующей — 15. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 11) Высота конуса равна 40, а длина образующей — 50. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 12) Высота конуса равна 48, а длина образующей — 50. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 13) Диаметр основания конуса равен 54, а длина образующей — 45. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 14) Диаметр основания конуса равен 20, а длина образующей — 26. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.
- 15) Диаметр основания конуса равен 96, а длина образующей — 80. Найдите высоту конуса.
- 16) Диаметр основания конуса равен 120, а длина образующей — 65. Найдите высоту конуса.
- 17) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 9 раз, а радиус основания останется прежним?
- 18) Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующая увеличится в 22 раза, а радиус основания останется прежним?
- 19) Высота конуса равна 36, образующая равна 45. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .
- 20) Высота конуса равна 21, образующая равна 35. Найдите площадь его полной поверхности, деленную на π .