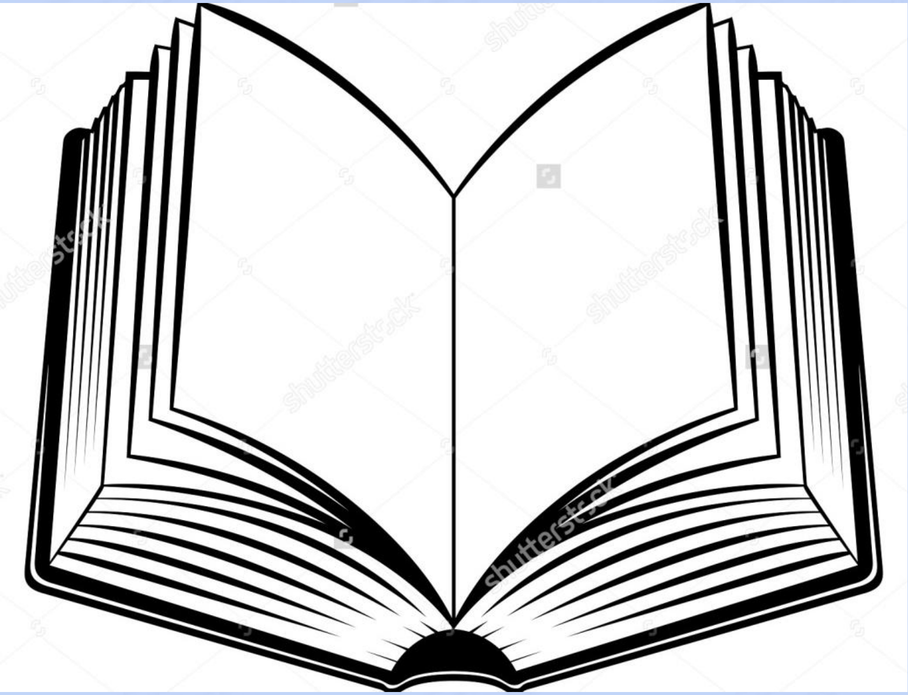
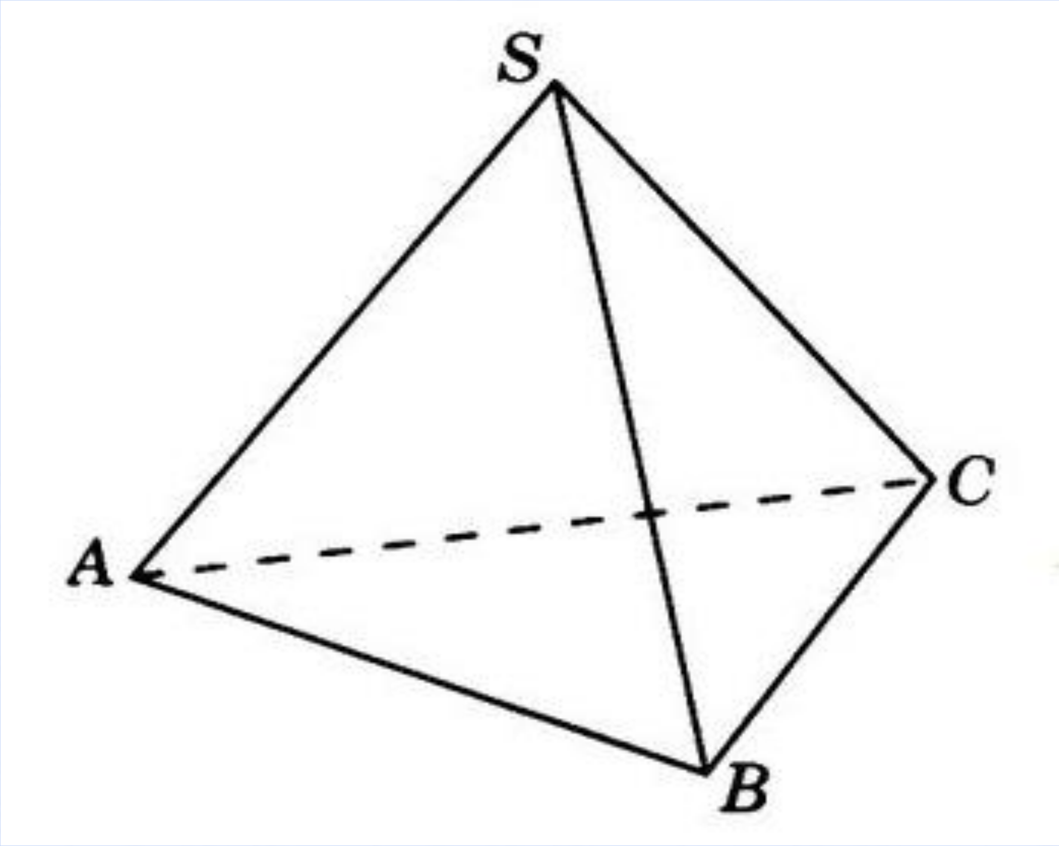
Урок обобщения и систематизации по теме:

«Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей»



Гордеева Д.А.

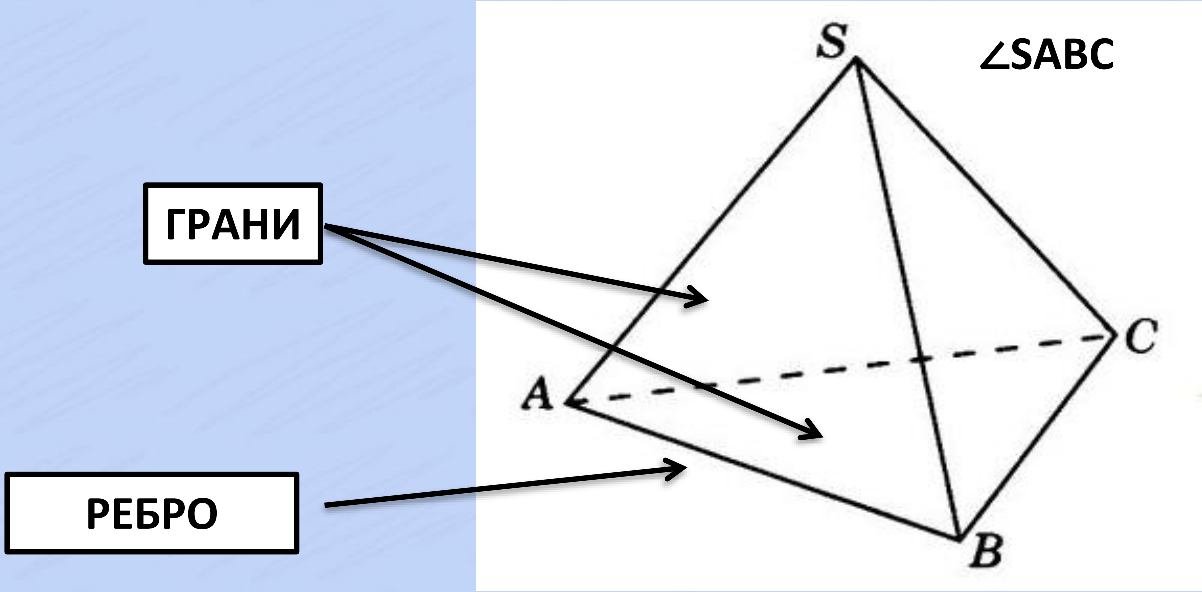
Укажите все двугранные углы



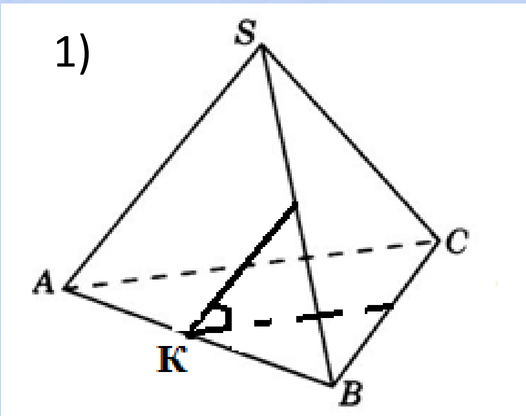
Ответ:

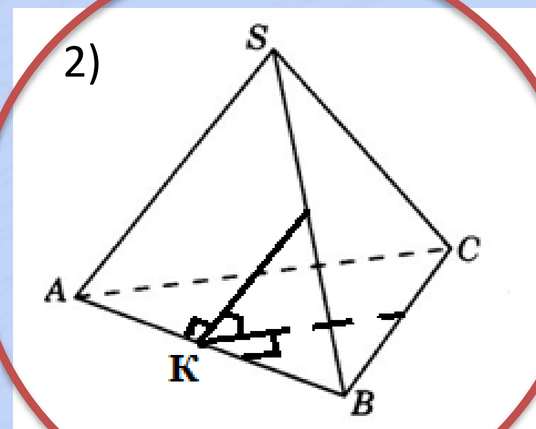
- ∠SABC
- ∠SBCA
- ∠SACB
- ∠BCSA
- ∠CSAB
- ∠ASBC

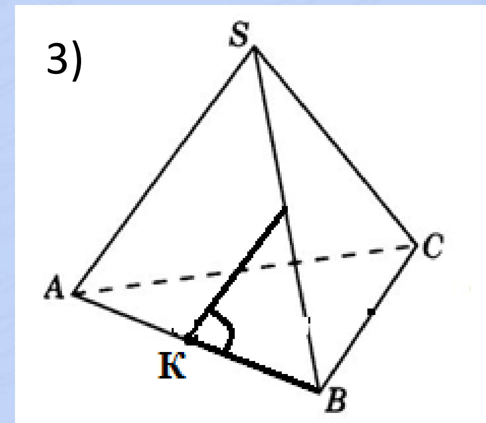
- **Двугранным углом** называется пространственная геометрическая фигура, образованная двумя полуплоскостями, с общей граничной прямой, не принадлежащими одной плоскости.



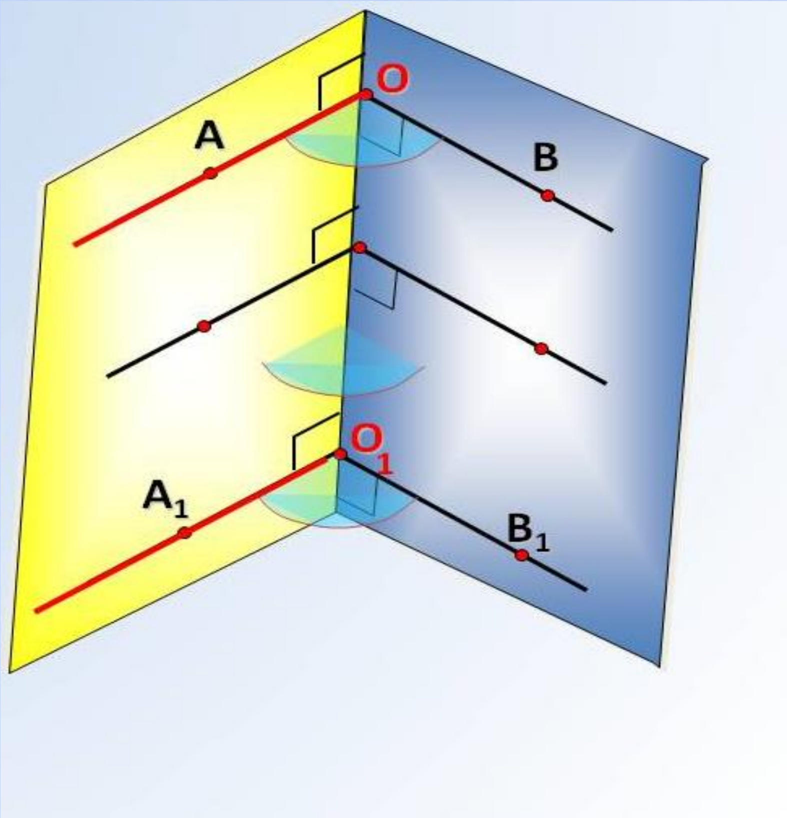
Линейный угол ∠SABC?







Линейный угол двугранного угла –
угол, образованный двумя лучами, которые лежат в гранях этого двугранного угла и перпендикулярны его ребру.



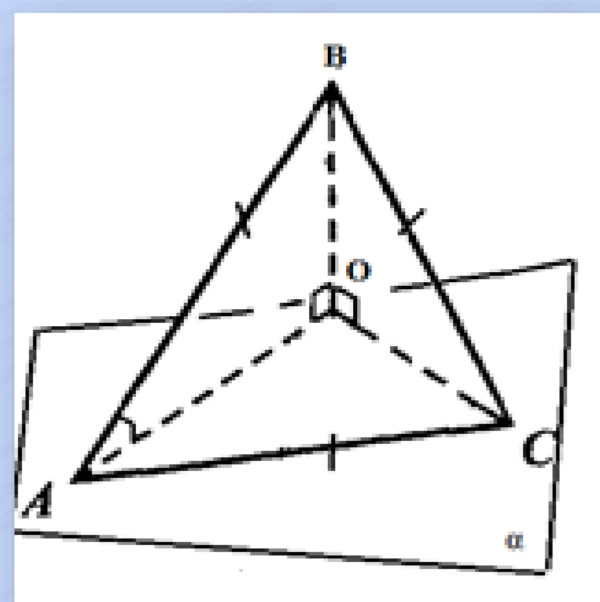
Свойство:
Все линейные углы двугранного угла равны друг другу

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.

Задача №1

Треугольник ABC- равносторонний ,сторона AB наклонена под углом 45° к плоскости α, плоскости BOC и BOA перпендикулярны α , сторона AC лежит в плоскости α.

1) Найдите двугранный угол CBOA.
2) Под каким углом наклонена плоскость ΔABC к плоскости α?
3) Найдите двугранный угол ABCO



Дано:

ΔABC-равносторонний.

AC⊂α , ∠(AB,α)=45°

(BOC)⊥ α,(BOA) ⊥ α

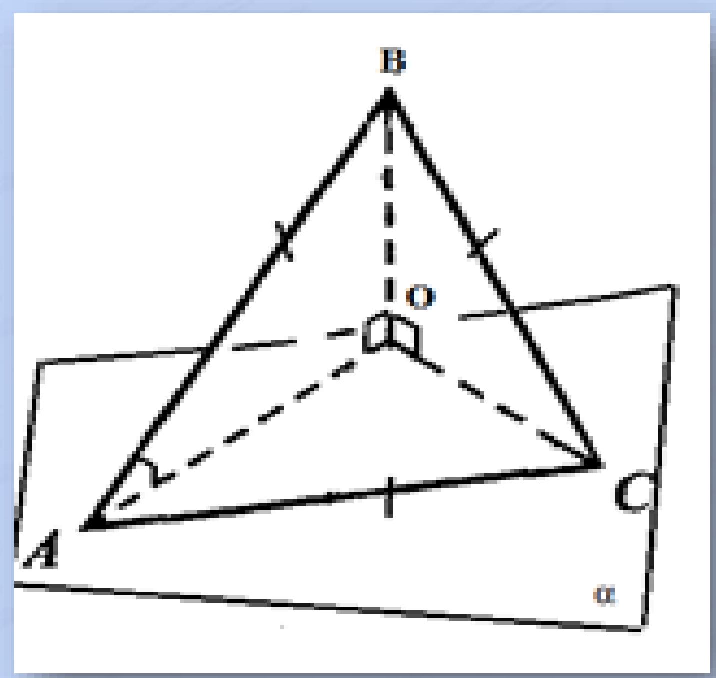
Найти:

1)∠CBOA;

2) ∠(α, (ABC))

3)∠ ABCO

Решим задачу под 1)



Дано:

ΔABC-равносторонний.

$AC \subset \alpha$, $\angle(AB,\alpha)=45°$

$(BOC) \perp \alpha, (BOA) \perp \alpha$

Найти:

1)$\angle CBOA$;

Решение:

1)Т.к. (BOC) $\perp \alpha$ (по условию)
=>
(BOA) $\perp \alpha$ (по условию)
(BOC)$\cap$(BOA)=BO
=>

$\alpha \perp$BO (по свойству перпендикулярных плоскостей) => $\angle$COA-лин.угол двугр.угла CBOA

Рассм. ΔAOC : AO=OC как проекции равных наклонных AB=BC, т.к. ΔABC-равносторонний. Тогда ΔAOC-равнобедренный.

ΔABO-прямоугольный,
т.к. $BO \perp \alpha \Rightarrow BO \perp AO$,
$AO \subset \alpha$ и равнобедренный,
т.к. $\angle(AB, \alpha) = \angle BAO = 45°$

Для ΔAOC применим т. косинусов

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 - 2 \cdot AO \cdot OC \cdot \cos\angle COA$$

$$\cos\angle COA = \frac{AO^2 + OC^2 - AC^2}{2AO \cdot OC} = \frac{2AO^2 - AC^2}{2AO^2}$$

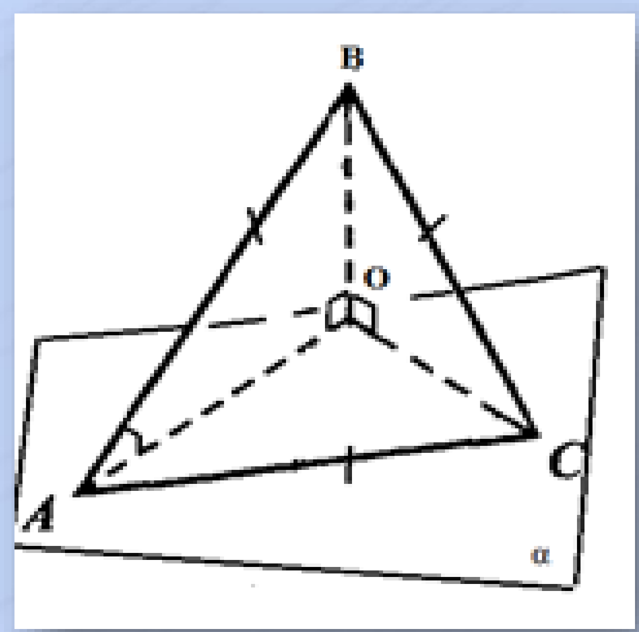
т.к. AO=OC

$$\cos\angle COA = \frac{2\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - a^2}{2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 0$$

значит

$\angle COA = 90° \Rightarrow \angle CBOA = 90°$

Решим задачу под 2)



Дано:

ΔABC-равносторонний.

AC⊂α , ∠(AB,α)=45°

(BOC)⊥ α,(BOA) ⊥ α

Найти:

1) $\angle(\alpha, (ABC))$

Угол между плоскостью α и (ABC) – двугранный угол ∠BACO
По усл. AC⊂α

Проведем BD- высота ΔABC, тогда можно предположить, что отрезок OD⊥AC.

BO⊥ α(из п.1.)

Из пред. пункта имеем: ΔABO-прямоугольный, равнобедренный
∠BAO=∠ABO=45°
=> AO=BO=$\frac{a\sqrt{2}}{2}$

=> по теореме, обратной теореме о 3-х перпендикулярах OD⊥ AC =>∠BDO-линейный угол двугранного угла BACO

BD- гипотенузу ΔBOD
BD=$\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (т.к ΔABC-равносторонний)

Рассмотрим ΔBOD – прямоугольный,($\angle BOD = 90°$)

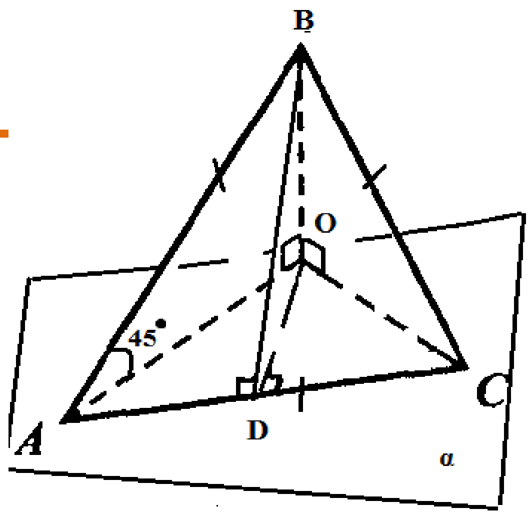
$\sin\angle D=\frac{BO}{DB}$;

$\sin\angle D=\frac{a\sqrt{2}}{2}:\frac{a\sqrt{3}}{2}$

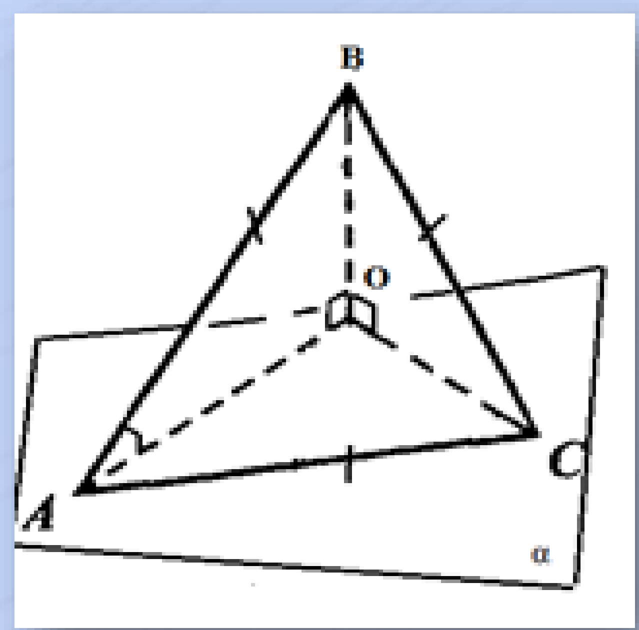
$\sin\angle D=\frac{a\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{2}{a\sqrt{3}}$

$\sin\angle D=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

$\angle D=\arcsin\frac{\sqrt{6}}{3}$.



Решим задачу под 3)



Дано:

ΔABC-равносторонний.

$AC \subset \alpha$, $\angle(AB,\alpha)=45°$

$(BOC) \perp \alpha$, $(BOA) \perp \alpha$

Найти:

1) $\angle$ BCO

Рассм. ΔABC- равносторонний (по усл.).

Проведем AH- высота и медиана к стороне BC ΔABC

AH = BD=$\frac{a\sqrt{3}}{2}$ (т.к ΔABC-равносторонний)

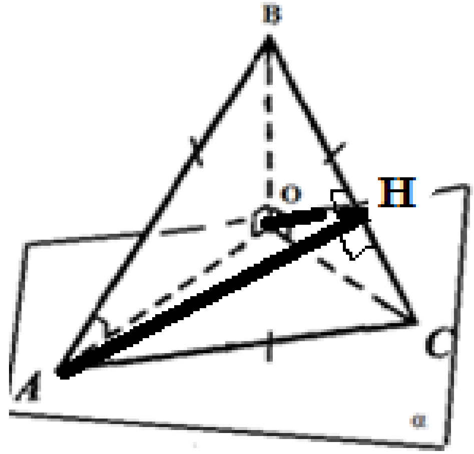
Рассм. ΔBOC- прямоугольный и равнобедренный, т.к.ΔBOC =ΔAOB (по 3 признаку равенства) , тогда BO=OC=$\frac{a\sqrt{2}}{2}$, то

OH - высота и медиана в треугольнике ΔBOC

OH=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{a}{2}$

AH$\perp$BC

OH$\perp$BC =>$\angle$AHO – линейный угол двугр. угла ABCO



Из ΔAHO по т. косинусов

$$AO^2 = AH^2 + OH^2 - 2AH \cdot OH \cdot \cos\angle AHO$$

$$\cos\angle AHO = \frac{AH^2 + OH^2 - AO^2}{2AH \cdot OH}$$

$$\cos\angle AHO = \frac{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}{2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{2}} = \frac{a^2}{2} \cdot \frac{2}{a^2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$\angle$**AHO=arccos**$\frac{\sqrt{3}}{3}$

Ответ:

1) $\angle$CBOA=90°

2) $\angle(\alpha, (ABC))=\arcsin\frac{\sqrt{6}}{3}$.

3) $\angle$ABCO= $\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}$

Задача№2: Дан прямоугольный параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$,диагональ прямоугольного параллелепипеда равна $2\sqrt{6}$, а измерения относятся друг к другу как 1:1:2. Найдите все измерения данного прямоугольного параллелепипеда.

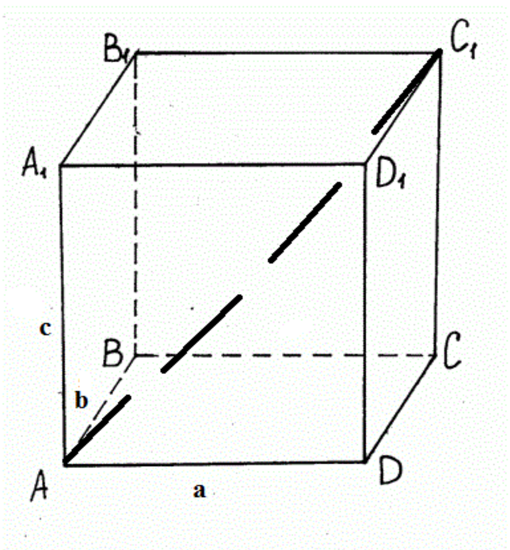
Дано:

$ABCDA_1B_1C_1D_1$- прямоугольный параллелепипед

$AC_1=2\sqrt{6}$

a :в: c=1:1:2

Найти: a,в,c.



Решение:

Из условия a:в:c =1:1:2=> a=c, c=2a.

${AC_1}^2 = a^2 + b^2 + c^2$ по теореме об измерениях в прямоугольном параллелепипеде

$AC_1=\sqrt{a^2 + a^2 + (2a)^2}$

$2\sqrt{6}$ =$a\sqrt{6}$,

a=2=>

в=2,c=4

Ответ: a=2,в=2,c=4.

Домашнее задание

Задача №1: Дан правильный шестиугольник ABCDEF , со стороной равной 1. Расстояние от точки M до каждой из вершин шестиугольника равно 2.

Найдите:

А)косинус двугранного угла между плоскостью (MEF) и ABCDEF

Б) косинус двугранного угла EMDC

В) двугранный угол FMOD

Задача№2: В прямоугольном параллелепипеде измерения равны 6,8,10. Найдите диагональ параллелепипеда и угол между диагональю параллелепипеда и плоскостью его основания.