Математика в музыке или музыка в математике?

У каждого искусства имеется свой язык: живопись говорит с людьми при помощи красок, цветов и линий, литература – при помощи слова, а музыка – с помощью звуков. Музыка - это искусство воспроизведения мыслей, чувств и ощущений в звуках, слагающееся из трех элементов: мелодии, гармонии и ритма.

Казалось бы, искусство - весьма отвлеченная от математики область. Однако связь математики и музыки обусловлена как исторически, так и внутренне, несмотря на то, что математика - самая абстрактная из наук, а музыка - наиболее отвлеченный вид искусства.

Первый, кто заговорил о связи математики и музыки был Пифагор. Он сделал открытие в области теории музыки. Суть это открытия состоит в том, что сочетание звуков, издаваемых струнами, наиболее благозвучно, если длины струн музыкального инструмента находятся в правильном численном отношении друг к другу. Использовал монохорд - полуинструмент, полуприбор. Под струной на верхней крышке ученый начертил шкалу, с помощью которой можно было делить струну на части. Было проделано много опытов, в результате которых Пифагор описал математически звучание натянутой струны. Не зная математических понятий, не умея различать дроби, не умея сравнивать их, невозможно было бы сыграть музыкальный фрагмент.

Названия тетрахордов указывают на соответствующие области Греции и Малой Азии, каждая из которых пела в своем ладу. Конечно, четырех струн в пределах кварты было мало для ведения мелодии, поэтому тетрахорды соединялись. Так как октава состоит из двух кварт и тона; следовательно, в пределах октавы можно расположить два тетрахорда, разделенных интервалом в тон. Объединяя с помощью разделительного тона два одноименных тетрахорда, получили октаву, которую греки назвали «гармония». Именно в античной теории музыки слово «гармония» обрело свое современное значение

– согласие разногласного. Таких основных видов гармонии по числу тетрахордов получилось три: дорийская: 1/2 – 1 – 1 – 1 – 1/2 — 1 – 1; фригийская: 1 – 1/2 — 1 – 1 – 1 – 1/2 – 1; лидийская: 1– 1 — 1/2. Здесь 1 обозначает тон, 1/2 — полутон. Эти античные гармонии сопоставимы с современными гаммами. В самом деле, каждый, знакомый с азами музыкальной грамоты, узнает в лидийской гармонии обычный натуральный мажор (2 тона – полутон, 3 тона – полутон, или на белых клавишах фортепиано до – ре – ми – фа – соль – ля – си – до). А в дорийской и фригийской – почти натуральный минор (т. к в сравнении с натуральным минором (1 – ½ — 1 – 1 – ½ — 1 – 1) у дорийской гаммы понижена вторая ступень, а у фригийской – повышена шестая).

Легко получить математическое выражение гаммы, зная размеры интервалов, образующих лидийскую гармонию и правила действия с ними. Приняв частоту нижнего тона за единицу f1=1, находим первый тетрахорд:

f1=1, f2=9/8, f3=9/8\*9/8 = 81/64, f4=4/3. Второй тетрахорд получается сдвигом первого на квинту: f5=3/2f1=3/2, f63/2f2=27/16, f7=3/2f3=243/128, f8=3/2f4=2. Окончательно для интервальных коэффициентов имеем

1 9/8 81/64 4/3 3/2 27/16 243/128 2

до ре ми фа соль ля си до

Это и есть канон Пифагора.

Успеха, доказывая связь математики и музыки, добился ученый и музыкант Андреас Веркмейстер, установивший равномерное отношение между тонами, с помощью математики ввел равномерный темперированный музыкальный строй, который мы и сегодня можем увидеть и услышать у современных клавишных инструментов.

Математика (греч. – знание, наука). Математика – царица всех наук, символ мудрости. Красота математики является одним из связующих звеньев науки и искусства.

Музыка (греч. – искусство муз), значит искусство, отражающее действительность в звуковых, художественных образах.

Музыка математична, а математика музыкальна.

1. Цифровые обозначения.

Как и в математике, в музыке встречаются цифры: звукоряд – 7 нот, нотный стан – 5 линеек. Интервалы: прима – 1, секунда – 2, терция – 3, кварта – 4, квинта – 5, секста – 6, септима – 7, октава – 8. Обозначения аппликатуры и размер произведения записывается тоже при помощи цифр и там и тут господствуют идея числа и отношения.

Ритм важнейший элемент в музыке. У каждого музыкального произведения свой ритмический рисунок (чередование нот разной длительности). Числа, оказывается, тоже обладают ритмом.

Например, числа кратные 3(трём) обладают следующим ритмом: Начнем с 0 и, увеличивая каждый раз на 1, будем акцентировать все числа, кратные 3. Получается 0 1 2 3 4 5 6 7 8…. и т.д. Получается красивый, правильный, равномерный ритм, звучащий как музыкальный размер 3/4, который соответствует вальсу.

Если посчитать числа, кратные двум 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 и т.д. то увидим, что мы пришли к ритму, звучащему, как музыкальный размер 2/4. Таким образом, числа обладают ритмом. В целой ноте – две половинки, четыре четвертных, восемь восьмых, 16 шестнадцатых. Значит, что длительности получаются так же, как и дроби: они появляются при делении целой на равные доли. Поэтому длительность можно подсчитывать так же как дробные числа: 1/2, ¼, 1/8, 1/16. Следовательно, названия длительностей служат одновременно и названиями чисел.

В математике красота и гармония ведут за собой творческую мысль так же, как в музыке. Занимаясь музыкой, человек занимается математикой. Хороший математик - это всегда хороший музыкант, потому что логика чисел, с которой постоянно общаются математики, связана с логикой развития музыкальных фраз.