**11а класс,  дата \_\_\_\_\_\_\_\_,**

**тема:** Бином Ньютона.

**Цель урока:** *обучение возведению двучленов в натуральные степени с использованием формулы Бинома Ньютона*

**Задачи урока:**

Обучающая:

1) Введение понятия степень двучлена, формулы Бином Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов. Представление степени двучлена в виде многочлена по формуле Бином Ньютона.

Развивающая:

1) развивать элементы комбинаторного мышления, логическое мышление;

- развивать способности учащихся реализовывать полученные знания при выполнении заданий различного уровня сложности;

- развивать математическую интуицию, самостоятельность, инициативу, математическую речь.

Воспитательная:

1) формировать у учащихся таких черт личности как чувство взаимоответственности, чувство коллективизма, наблюдательность, усидчивость, чувства самоанализа, самооценки..

**Тип урока:**урок изучения нового материала и первичного закрепления

**Методы и приемы:**словесный, наглядный, практический.

**Оборудование: доска, мультимедийное оборудование, учебник, карточки.**

**План урока:**

Организационный момент

Актуализация  знаний

Осознание и осмысление

Закрепление

Информация о домашнем задании

Подведение итогов урока

**Ход урока**

**І. Организационный момент**

|  |
| --- |
| **- Здравствуйте ребята.** |

**ІІ. Актуализация  знаний** Повторение

**ПРАВИЛО СУММИРОВАНИЯ** Если два взаимоисключающие действия могут быть выполнены в соответствии k и m способами, тогда какое-то одно из этих действий можно выполнить k+m способами**.**

**Пример №1** Из города А в город В можно добраться 12 поездами, 3 самолетами, 23 автобусами. Сколькими способами можно добраться из города А в город В?

**Решение.** Проезд из А в В на поезде, самолете или автобусе являются событиями, которые не могут выполняться одновременно одним человеком (взаимоисключающими), поэтому общее количество маршрутов можно вычислить суммированием способов передвижения N=12+13+23=38

**Пример № 2** В ящике имеется n разноцветных шариков. Произвольным образом вынимаем один шарик. Сколькими способами это можно сделать?

**Решение.** Конечно, n способами**.**

Теперь эти n шариков распределены по двум ящикам: В первом m шариков, во втором k. Произвольно из какого-нибудь ящика вынимаем один шарик. Сколькими разными способами это можно сделать?

**Решение.** Из первого ящика шарик можно вытянуть m различными способами, из второго k различными способами, всего N = m + k способами.

**ПРАВИЛО ПРОИЗВЕДЕНИЯ**

Пусть две выполняемые одно за другим действия могут быть осуществлены в соответствии k и m способами. Тогда обе они могут быть выполнены k+m способами.

**Пример № 3** В турнире принимают участие 8 хоккейных команд. Сколько существует способов распределить первое, второе и третье места? Решение. Первое место займет одна из 8 команд, второе - одна из 7, третье - одна из 6, так как каждая из них не может претендовать одновременно на два призовых места. Поэтому таких способов будет ровно N=8ˑ7ˑ6 =336

**Пример № 4** Сколько можно записать двузначных чисел в десятичной системе счисления?

**Решение.** Поскольку число двузначное, то число десятков (m) может принимать одно из девяти значений: 1,2,3,4,5,6,7,8,9. Число единиц (k) может принимать те же значения и может, кроме того быть равным нулю. Отсюда следует, что m = 9, а k= 10. Всего получим двузначных чисел N = m ·k = 9·10 =90.

**Пример № 5** В студенческой группе 14 девушек и 6 юношей. Сколькими способами можно выбрать, для выполнения различных заданий, двух студентов одного пола?

**Решение.** По правилу умножения двух девушек можно выбрать 14 ·13 = 182 способами, а двух юношей 6·5 = 30 способами. Следует выбрать двух студентов одного пола: двух студентов или студенток. Согласно правилу сложения таких способов выбора будет N =182 + 30 = 212.

**Типы соединений**

**Множества элементов называются соединениями.**

**Различают три типа соединений:**

**• перестановки из n элементов;**

**• размещения из n элементов по m;**

**• сочетания из n элементов по m (m < n).**

**Формирование умений и навыков в решении комбинаторных задач.**

При решении комбинаторных задач и выборе типа соединений важно ответить на следующие вопросы:

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении?

Все ли элементы входят в соединение?

**Определить к какому типу относится соединений относится задача.**

**1**. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? ( да) ✓ Все ли элементы входят в соединение? (да)

**Вывод:** перестановка

**2.** В 9«Б» классе 12 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? (нет) ✓ Все ли элементы входят в соединение? (на этот вопрос ответ не нужен)

**Вывод:** сочетания

**3.** Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?

Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? ( да)

Все ли элементы входят в соединение? (нет)

**Вывод**: размещение

**Решить задачи:**

**1**. У нас имеется 5 книг. Известно, что у нас всего одна полка, и на ней вмещается лишь 3 книги. Сколькими способами можно расставить на полке 3 книги?

Решение. Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? ( да) ✓ Все ли элементы входят в соединение? (нет)

Вывод: размещение ДА НЕТ

n =3, m=5

**2.** Сколькими способами можно расставить 3 тома на книжной полке, если выбирать их из имеющихся в наличии внешне неразличимых 5 книг?

Решение. Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? (нет) ✓ Все ли элементы входят в соединение? (на этот вопрос ответ не нужен)

**Вывод:** сочетания n =5, m=3

3. Сколькими способами могут занять I, II, III места 8 участниц финального забега на дистанции 100 м?

**Решение.**  Учитывается ли порядок следования элементов в соединении? (да) ✓ Все ли элементы входят в соединение? (нет)/

***Вывод:*** сочетания n =8, m=3

**Самостоятельная работа**

Вариант 1

1.Здание школы имеет 5 запасных выходов. Сколькими способами можно войти и выйти из здания школы?

2 Олеся, Оксана и Юля купили билеты на концерт симфонического оркестра на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Сколько существует способов размещения девочек на эти места?

3.Сколько существует способов выбрать троих ребят из 11 желающих дежурить по школе?

4. Из 26 учащихся класса надо выбрать старосту и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

Вариант 2

* 1. У Светланы три юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций из юбок и кофт имеется у Светланы?
* 2 Четыре друга купили билеты в кино: на 1-е и 2-е места в первом ряду и на 1-е и 2-е места во втором ряду. Сколькими способами друзья могут занять эти 4 места в кинотеатре?
* 3. Учащимся дали список из 10 книг, которые рекомендуется прочитать во время каникул. Сколькими способами ученик может выбрать из них 6 книг?
* 4. Сколькими способами могут быть распределены первая, вторая и третья премии между 13 участниками конкурса?

**III. Осознание и осмысление** *Прочитайте выражения: (х +2у)2, (а- b)3, (c - d)2*

(квадрат суммы двух выражений х и 2у; куб разности двух выражений а и b; квадрат разности двух выражений с и d.)

***Что общего в заданных выражениях?***

(каждый случай является какой либо степенью многочлена из двух выражений или степенью двучлена.)

***Представьте каждую степень двучлена в виде многочлена. Какими формулами воспользуетесь?***

Формулами квадрата суммы и разности, куба суммы и разности

(х +2у)2= х2+4ху + 4у2

(а - 2)3= а3- 3а22 +3а 22 - 23= а3- 6а2+12а -8.

(а + в)2 = а2+ 2ав + в2(а – в)2 = а2 – 2ав + в2(а + в)3= а3 + 3а2в + 3ав2+ в3  
(а – в)3= а3 – 3а2в + 3ав2 – в3

Попробуйте записать формулу для 4-ой степени

(а+в)4=(а+в)3(а+в)=(а3+3а2в+3ав2+в3)(а+в)=

а4+ 3а3в + 3а2в2+ ав3+ а3в + 3а2в2+ 3ав3+ в4=

**а4+ 4а3в + 6а2в2+ 4ав3+ в4** .

и для 5-ой степени:

(а + в)5= (а + в)4(а + в) = (а4 + 4а3в + 6а2в2 + 4ав3 + в4)(а + в) =

а5+ 4а4в + 6а3в2+ 4а2в3 + в4а + а4в + 4а3в2+ 6а2в3 + 4ав4 + в5=

**а5+ 5а4в + 10а3в2+ 10а2в3+ 5ав4+ в5**

***Объединим ваши замечания в следующие правила:***

*1. число членов получаемого многочлена на единицу больше показателя степени бинома;*

*2. показатель степени первого слагаемого убывает от n до 0, показатель степени второго слагаемого возрастает от 0 до n;*

*3. степени всех одночленов равны степени двучлена в условии;*

*4. каждый одночлен является произведением первого и второго выражения в различных степенях и некоторого числа; числа– биноминальные коэффициенты;*

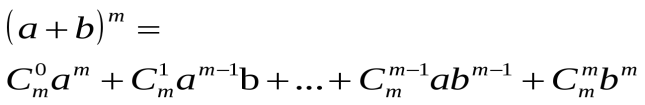
*5. биноминальные коэффициенты, равноотстоящие от начала и конца разложения, равны. Коэффициенты при слагаемых многочлена равны числу сочетаний Сmn , где n - степень двучлена , m - переменная величина, пробегающая значения от 0 до n и соответствующая степени второго выражения.*

Слово “бином” означает всего-навсего двучлен, т.е. сумму двух слагаемых.

Происходит оно от латинских корней: два и слово.

А теперь запишем формулу бинома Ньютона - формулу представления степени двучлена в многочлен.

Определение:

  
 Для каждого натурального числа n и произвольных чисел a и b имеет место равенство

Равенство называется формулой бинома Ньютона, числа Сmn- биномиальными коэффициентами.

Запишем пример, используя бином Ньютона:

(х -2)5= Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_14.pngх5+ Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_15.pngх4(-2)1 + Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_16.pngх3 (-2)2 + Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_17.pngх2 (-2)3 +Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_18.pngх1 (-2)4 +Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_19.png(-2)5=

Посчитаем биномиальные коэффициенты, используя определение и свойства числа сочетаний:

Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_14.png= Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_19.png=1; Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_15.png= Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_18.png=https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_24.png=5; Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_16.png= Сhttps://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_17.png=https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_27.png=https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2017/10/15/k_59e342fb56859/432459_28.png=10.)

=х5 -5 х42+ 10х3 22 - 10х2 23 +5х 24-25= х5 -10х4 + 40х3 - 80х2 +80х -32.

Как видите, мы достигли того же результата, но гораздо быстрее.

***И можем добавить ещё одно правило***

Что ещё, связанное с коэффициентами вы заметили?

Крайние коэффициенты равны 1, и все коэффициенты симметричны, относительно середины.

Добавим ещё одно правило, связанное со знаками между одночленами, в формуле бином Ньютона задана сумма, у нас же появились минусы.

*Степень разности будет представлена в виде многочлена, знаки в котором чередуются, начиная со знака +, так как нечётная степень отрицательного выражения будет отрицательной, чётная степень всегда положительна.*

Вы видите, насколько рационализируется работа по возведению двучлена в степень, если использовать бином Ньютона. *Но на самом деле нашу работу можно ещё упростить. Достаточно долго вы вычисляли биномиальные коэффициенты, а коэффициенты - это сочетания. Посмотрите внимательно, все ли свойства сочетаний, которые были ранее введены, мы использовали?*

1. Представьте степень двучлена в виде многочлена, используя бином Ньютона

а) (х+у)6

б) (1- 2а)4

Решение:

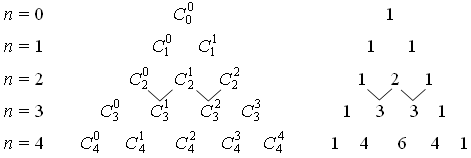
1а) (х+у)6= х6 +6х5у +15х4 у2 +20х3у3 +15х2у4 +6ху5 +у6.

1б) (1- 2а)4 = 1 \* 14 (2а)0 – 4\* 13 2а + 6\*12 (2а)2 - 4 \* 11\* (2а)3 + 1 \* 10(2а)4 == 1 - 8а + 24а2 - 32а3 + 16а4.

формула (формула бинома Ньютона):

(a + b)n = hello_html_m2ad3fd92.pnghello_html_m7fa83397.png, где hello_html_756e8f4d.png – число сочетаний из п элементов по k, то есть hello_html_m2e5e5f55.png.

Коэффициенты hello_html_756e8f4d.png также называют биномиальными. Они обладают рядом свойств, которые обсудим, рассмотрев треугольник Паскаля (составленную определенным образом таблицу).



1) В каждой строке находятся коэффициенты одночленов при возведении в степень п. Например, при п = 3 имеем коэффициенты 1, 3 3, 1 одночленов в многочлене a3 + 3a2b + 3ab2 + b3.

2) Каждое число равно сумме двух чисел, стоящих над ним в предыдущей строке.

**IV. Закрепление**

**1. Группа**

**Карточка: выполни правильно**

№ 1 (1 + 2а)4= 14+ 4·13·2а + 6·12·(2а)2+ 4· 11·(2а)3+ (2а)4 =

1 + 8а + 24а2+ 32а3+ 16а4

№ 2. ( х +у)5= ………..

№3 (х – у)6= ………….

**2 группа - Работа с учебником** №1092 (1 строка)

**V .Информация о домашнем задании** п.64, №1092(2стр.), 1093(1,3)

**VI. Подведение итогов урока**

Давайте теперь подведем итоги урока: Что новое узнали? Что оказалось наиболее сложным?

**Учитель благодарит за урок и объявляет оценки.**