**ГБОУ школа № 062. Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа №62 Выборгского района Санкт-Петербурга**

**Учитель математики:**

**Бугаева Марина Владиславовна**

**Состояние заданий по математической грамотности**

**Примеры задач PISA**

Самый банальный вопрос — чему должны обучать в школе? Самый очевидный ответ — знаниям. Ученик должен выучить и понять определенный набор правил языка, исторических фактов, физических законов, математических формул и так далее. Разве нет? Вроде бы все логично. Но большинство экспертов считает, что куда важнее умение решать реальные жизненные проблемы и самостоятельно работать с информацией. Ученые-педагоги в своем кругу называют это «базовыми компетенциями», «функциональной грамотностью», «творческими когнитивными задачами» и прочими мудреными словами.

Для широкой публики они объясняют это очень просто. Допустим, один человек знает 1000 английских слов, другой — только 100. Но при встрече с иностранцем тот, у кого словарный запас больше, зачастую начинает мычать и делать руками непонятные жесты. А владеющий лишь сотней слов ухитряется толково ответить на вопрос или показать дорогу. То есть у одного знаний больше, но другой лучше умеет их использовать. Вот с этими самыми компетенциями у российских школьников большие проблемы.

Подобные задачи не часто встретишь в российских учебниках или в вопросах ЕГЭ. Зато такой тип заданий преобладает в тестах Международной программы по оценке образовательных достижений учащихся (PISA).

Аббревиатура PISA расшифровываетсякак Programme for International Student Assessment. Это международное исследование уже на протяжении многих лет проводит Организация Экономического Сотрудничества и Развития (OrganizationforEconomicCooperationandDevelopment – OECD)

Анализируя наши неуспехи в заданиях PISA, ученые выделили длинный список «дефицитов» — тех навыков, которых школьникам не хватает для успешного решения задач. Например, российские подростки не привыкли к тому, что ответом на математическую задачу может служить не цифра, а сугубо гуманитарное умозаключение.

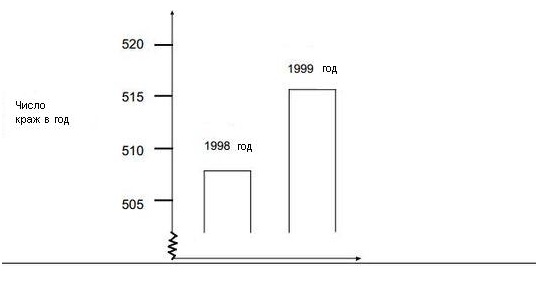
Следующая проблема — школьники не умеют привлекать данные, которые не содержатся непосредственно в условиях задания. Исключение составляют разве что некоторые константы математики и физики. А уж когда для решения физической задачи нужно задействовать знания по биологии или истории, тут совсем беда. В российском образовании между разными дисциплинами построена прочная бетонная стена. А ведь мир за окном — единый.

Примеры задач PISA, проверяющие математическую грамотность.

Математическая грамотность – это способность индивидуума формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных  
контекстах.Она включает математические рассуждения, использование  
математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает людям понять  
роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения  
и принимать решения, которые должны принимать конструктивные,  
активные и размышляющие граждане.

***Как врут журналисты***

Вот задача (взята из PISA-2003), на которую 97% наших старшеклассников не смогли дать полностью правильного ответа. «В телевизионной передаче журналист показал следующую диаграмму и сказал: “Диаграмма показывает, что по сравнению с 1998 годом в 1999-м резко возросло число ограблений”. Вопрос: считаете ли вы, что журналист сделал правильный вывод на основе данной диаграммы? Запишите объяснение своего ответа».



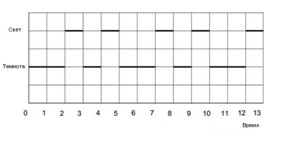
Умение увидеть ложь в манипуляции цифрами — это важный жизненный навык, который нужен, например, чтобы определить, какой партии отдать свой голос на выборах. Диаграмма является ярким примером манипуляции общественным мнением.

***Маяк***

Маяк — это башня c фонарем наверху, он помогает кораблям найти путь в ночное время при плавании близко к берегу.

Маяк испускает световые сигналы в регулярной последовательности. У каждого маяка своя собственная последовательность сигналов. На рисунке ниже показана последовательность сигналов одного маяка. Вспышки света чередуются с периодами темноты. Это регулярная последовательность. Через некоторое время последовательность повторяется. Время полной последовательности, прежде чем она начнет повторяться, называется периодом. Если найти период последовательности, легко построить схему для промежутков времени длительностью в секунды, минуты или даже часы.

Какие из следующих периодов могут соответствовать последовательности этого маяка?

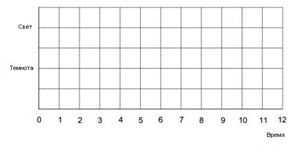


А. 2 секунды  
B. 3 секунды  
C. 5 секунд  
D. 12 секунд

Сколько секунд маяк излучает световые сигналы в течение минуты?

A. 4  
B. 12  
C.20  
D.24

В приведенной ниже сетке постройте график возможной последовательности световых сигналов маяка, который горит в течение 30 секунд каждую минуту. Период этой последовательности должен быть равен шести секундам.



***Космический полет***

Космическая станция Мир оставалась на орбите в течение 15 лет и около 86 500 раз облетела вокруг Земли в течение всего срока своего полета в космосе. Самый длинный период пребывания космонавта на станции Мир длился приблизительно 680 дней.

Сколько раз при этом космонавт облетел вокруг Земли?

А. 110  
B. 1100  
C. 11000  
D. 110000

***Цена пиццы***

В пиццерии подают две круглых пиццы одной и той же толщины, но разных размеров. Меньшая имеет диаметр 30 см и стоит 30 денег. Большая имеет диаметр 40 см и стоит 40 денег. Какую из двух пицц выгоднее покупать? Приведите ваши рассуждения.

*Следы*

Для мужских следов используется формула n /P = 140, гдеn = число шагов в минуту P = длина шага в метрах. Если Даниил делает 70 шагов в минуту, какая у него длина шага?

Бернард знает, что у него длина шага 0,80 м. Посчитай его скорость ходьбы в минуту и переведи в километры за час.

***Чат***

Марк (из Сиднея, Австралия) и Ганс (из Берлина, Германия ) общаются в чате. Если в Сиднее 19:00 часов, который час в это время в Берлине? Марк и Ганс не могут чатиться между 9:00 и 16:30 часов, потому что они в это время в школе. Также с 23:00 до 7:00 они чатиться не могут, потому что спят. Ну, и когда им остается чатиться? Напиши в таблицу.

***Частота сердцебиения***

Из соображений сохранения здоровья люди должны ограничивать свои нагрузки, например, в спорте, чтобы частота сердечных сокращений не превышала определенные показатели. Долгое время рекомендуемая частота сердцебиения расcчитывалась про следующей формуле:

*Рекомендуемая частота сердцебиения = 220 – Возраст*

Последние исследования показали, что формулу следует подкорректировать:  
Рекомендуемая частота сердцебиения = 208 – (0,7\*Возраст)

**Вопрос 1:**В газетной заметке об этом написано следующее: «В новой формуле учтено, что у молодых людей рекомендуемая максимальная частота сердцебиения в минуту немного уменьшается, а у стариков – увеличивается.»  
С какого возраста рекомендуемая частота сердцебиения увеличивается ?

**Вопрос 2:**Новая формула используется также, чтобы рассчитать наиболее эффективный режим занятий спортом. При этом оптимальный режим сердцебиения составляет 80% рекомендуемой максимальной частоты.  
Напиши формулу для расчета сердцебиения при эффективной тренировке в зависимости от возраста.

**Задача № 1.**

Фермер Федор на садовом участке высаживает груши в форме квадрата, как показано на рисунке. Для защиты груш от ветра ,он сажает по краям участка хвойные деревья. Ниже на рисунке изображены схемы посадки груш и хвойных деревьев для нескольких значений n, где n – количество рядов высаженных груш. Эту последовательность можно продолжить для любого числа n.

**X** - хвойное дерево

**0**- груши

n = 1

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Х** | **Х** | **Х** |
| **Х** | **0** | **Х** |
| **Х** | **Х** | **Х** |

n = 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |

n = 3

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |

n = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  |  |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  |  |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** |  |  |  |  |  |  |  | **Х** |
| **Х** | **0** |  | **0** |  | **0** |  | **0** | **Х** |
| **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** | **Х** |

Вопрос: Заполните таблицу

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n | Количество груш | Количество хвойных деревьев |
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |

Правильный ответ:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| n | Количество груш | Количество хвойных деревьев |
| 1 | 1 | 8 |
| 2 | 4 | 16 |
| 3 | 9 | 24 |
| 4 | 16 | 32 |
| 5 | 25 | 40 |

Содержание задачи: изменения и зависимости

Формат ответа: таблица

**Задача № 2.**

Вопрос: обведите букву, которой обозначена фигура, подходящая под описание ниже.

Треугольник PQR – прямоугольный с прямым углом R. Сторона RQ меньше стороны PR. M – середина стороны PQ, а N – середина стороны QR. S – точка внутри данного треугольника. Отрезок MN больше отрезка MS.



Содержание задачи: Пространство и форма, геометрия

Ответ: Фигура D

**Задача № 3.**

Анжелика из Сингапура готовилась к поездке в Южную Африку на 3 месяца по программе обмена студентами. Ей было необходимо поменять несколько сингапурских долларов (SGD) на южноафриканские ранды (ZAR).

Вопрос: Анжелика узнала, что курс обмена между сингапурским долларом и южноафриканским рандом был следующим:

1 SGD = 4.2 ZAR

Анжелика обменяла 3000 сингапурских долларов на южноафриканские ранды по этому курсу.

Сколько южноафриканских рандов Анжелика получила?

Ответ: .................................................. ZAR

Ответ: 12 600 ZAR

Содержание задачи: арифметика

Формат ответа: задание с крастким ответом

**Задача № 4.**

Здесь вы видите фото домика семьи Ивановых с крышей в форме пирамиды.



Ниже изображена математическая модель крыши данного дома с добавленными единицами измерения.



Чердак, обозначенный, как ABCD в модели, представляет собой квадрат. Поддерживающие крышу балки являются ребрами блока (прямоугольной призмы) EFGHKLMN. Точка Е – середина балки AT, точка F – середина балки BT, точка G – середина балки CT, а точка H – середина балки DT соответственно. Все ребра пирамиды имеет длину 12 метров.

Вопрос: Вычислите площадь чердака ABCD.

Площадь чердака ABCD = \_\_\_\_\_\_\_\_ м2.

Ответ: Пространство и форма, геометрия

Формат ответа: 144

**Задача № 5.**

В пиццерии Мама Рома на Невском проспекте 49 готовят две круглые пиццы одинаковой толщины и разного размера. Меньшая имеет диаметр 30 см и стоит 30 рублей. Большая имеет диаметр 40 см и стоит 40 рублей.

Вопрос: какую пиццу выгоднее покупать? Аргументируйте свое мнение.



Содержание задачи: Установление зависимости между размером пиццы и ее стоимостью.

Развернутный ответ: площадь меньшей пиццы составляет 0.25 x π x 30 x 30 = 225π; размер пиццы за один зед - 23.6 см2; площадь большей пиццы составляет 0.25 x π x 40 x 40 = 400π; размер пиццы за один зед - 31.4 см2, Следовательно, большая пицца выгоднее.

**Задача №6.**

У Федора Федоровича есть флеш-карта, на которой находятся фотографии и музыка. Ее объем составляет 1 гигабайт (1000 мегабайт). На рисунке, расположенном ниже, демонстрируется текущее состояние флеш-карты.

 Федор Федорович хочет перенести на флеш-карту альбом с фотографиями объемом в 350 мегабайт, но на флеш-карте недостаточно места. Федор Федорович не хочет удалять фотографии, но он может удалить с нее 2 музыкальных альбома.

**Вопрос** : Сможет ли Федор Федорович освободить достаточно места на флеш-карте, чтобы поместить на ней альбом с фотографиями, если он удалит с нее максимум 2 альбома? Обведите «Да» или «Нет» и подтвердите свой ответ вычислениями.

|  |  |
| --- | --- |
| Альбом | Размер |
| Альбом 1 | 100 мегабайт |
| Альбом 2 | 75 мегабайт |
| Альбом 3 | 80 мегабайт |
| Альбом 4 | 55 мегабайт |
| Альбом 5 | 60 мегабайт |
| Альбом 6 | 80 мегабайт |
| Альбом 7 | 75 мегабайт |
| Альбом 8 | 125 мегабайт |

Область математического содержания: Количество

Развернутный ответ: Ему нужно освободить 198 мегабайт (350 – 152), поэтому он может удалить любые 2 альбома, общий объем которых больше, чем 198 мегабайт. Например, альбомы 1 и 8.

Также он может удалить альбомы 7 и 8, после чего объем свободного пространства составит 152 + 75 + 125 = 352 мегабайта.

**Задача №7:**

На схеме представлена структура работоспособного населения в Российской Федерации. Численность всего населения этой страны в 2015 году составляла около 3,4 миллиона человек.

***Структура рабочей силы к концу 2015 года (в тысячах)***

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | | **Работоспособное население**  **(люди в возрасте от 15 до 65 лет)** |   ↙ ↘   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Входящие в состав рабочей силы  1705,5 64, 2 % |  | Не входящие в состав рабочей силы\*  949,9 35,8 % |   ↓   |  |  |  | | --- | --- | --- | | Работающие  1578,4 92, 5 % |  | Безработные  128,1 7,5 % |   ↓ ↙ ↘   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | | Работающие полный рабочий день  1237,1 78,4 % | Работающие неполный рабочий день  341,3 21,6% |  | Ищущие работу на полный рабочий день  101,6 79,3% | Ищущие работу на неполный рабочий день  26,5 20,7 % |   ↙ ↘   |  |  | | --- | --- | | Ищущие работу на полный рабочий день  23,2 6,8 % | Не ищущие работу на полный рабочий день  318,1 93,2 % | |

\*Население, которое не входит в состав рабочей силы, – это те, кто активно не ищет работу и (или), кто не может работать.

**Вопрос 1:**

На какие две основные группы разделено работоспособное население?

**Ответ:** Входящие в состав рабочей силы и не входящие в состав рабочей силы.

**Вопрос 2:**

Какова численность работоспособного населения, которое не входило в состав рабочей силы? (Запишите только число, проценты не указывайте).

**Ответ:** 949 900. (Можно считать ответ верным, если указаны приближённые значения от 949 000 до 950 000, записанные в виде числа или словами)

**Вопрос 3:**

К какой группе населения, представленной на схеме, можно отнести людей, перечисленных в левой части таблицы?

Отметьте галочкой соответствующую клетку таблицы.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Входящие в состав рабочей силы:  занятые | Входящие в состав рабочей силы: безработные | Не входящие в состав рабочей силы | Нельзя отнести ни к одной из категорий |
| Официант, 35 лет, работает неполный рабочий день |  |  |  |  |
| Женщина- предприниматель, 43 года, работает 60 часов в неделю |  |  |  |  |
| Студент дневного отделения, 21 год |  |  |  |  |
| Мужчина, 28 лет, недавно продал свой магазин, ищет работу |  |  |  |  |
| Женщина, 55 лет, никогда не работала и не хотела работать вне дома |  |  |  |  |
| 80-летняя бабушка, всё ещё работает несколько часов в день в семейной торговой лавке |  |  |  |  |

**Ответ:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Входящие в состав рабочей силы:  занятые | Входящие в состав рабочей силы: безработные | Не входящие в состав рабочей силы | Нельзя отнести ни к одной из категорий |
| Официант, 35 лет, работает неполный рабочий день | + |  |  |  |
| Женщина- предприниматель, 43 года, работает 60 часов в неделю | + |  |  |  |
| Студент дневного отделения, 21 год |  |  | + |  |
| Мужчина, 28 лет, недавно продал свой магазин, ищет работу |  | + |  |  |
| Женщина, 55 лет, никогда не работала и не хотела работать вне дома |  |  | + |  |
| 80-летняя бабушка, всё ещё работает несколько часов в день в семейной торговой лавке |  |  |  | + |

**Задача № 8:**

Вам несомненно известно, что можно легко заразиться короравирусом. И болеть им можно в течение нескольких недель. Самый лучший способ борьбы с вирусом – это иметь здоровое тело. Ежедневная гимнастика и определенный рацион, который содержит много овощей и фруктов, рекомендуется прежде всего, чтобы помочь иммунной системе бороться с этим распространенным вирусом.



В качестве дополнительного профилактического средства против этой распространенной болезни Организация «СПУТНИК» решила предложить своим сотрудникам сделать прививку. Есть договоренность с медсестрой, которая будет делать прививки на работе в рабочее время в первой или второй половине дня в течение недели, начиная с 17-го ноября. Прививки бесплатные и доступны всем служащим Организаций.

Участие добровольное. Каждому служащему, который решит сделать прививку, будет предложено подписать документ, удостоверяющий, что он не страдает аллергией и понимает, что от сделанной прививки возможны незначительные побочные эффекты.

По утверждению медиков, иммунизация не вызывает заболевание гриппом. Однако она может вызвать такие побочные эффекты, как усталость, небольшая температура и боль в руке.



**Какой количество сотрудников Органиазации** «СПУТНИК»**: 110**

**Кому именоо следует пройти иммунизацию:**

Каждому, кто заинтересован защитить себя от вируса.

Особенно ее рекомендуют людям старше 65 лет. Но, невзирая на возраст, она нужна КАЖДОМУ, кто страдает хроническими болезнями, особенно болезнью сердца, заболеванием легких, бронхиальной астмой или диабетом.

При работе в коллективе ВСЕ его члены рискуют заразиться гриппом.

**КОМУ ИММУНИЗАЦИЯ ПРОТИВОПОКАЗАНА?**

Лицам, сверхчувствительным к употреблению яиц; людям, страдающим острой лихорадкой, и беременным женщинам.

Ирина Николаевна Сергеева, сотрудница бухгалтерии «СПУТНИКа» ,ответственная за иммунизацию.

**Вопрос**: Кому из сотрудников «СПУТНИКа» следует обратиться к Ирине Николаевне?

A Станиславу из магазина, который не хочет проходить иммунизацию, потому что больше надеется на свой природный иммунитет.

B Продавщице Даше, которая хотела бы знать, является ли иммунизация обязательной для всех.

C Эльвире из почтового отделения, которая хотела бы пройти иммунизацию этой зимой, но через два месяца она ожидает рождения ребенка.

D Михаилу из бухгалтерии, который хотел бы пройти иммунизацию, но будет в отпуске в течение недели, начиная с 17-го ноября.

**Ответ :** D Михаилу из бухгалтерии, который хотел бы пройти иммунизацию, но будет в отпуске в течение недели, начиная с 17-го ноября.

**Вопрос 2:**

В одном конкурсе бухгалтерии Ирине Николаевне требуется выдать премию сотрудникам за иммунизацию на общую сумму 600.000 руб (размера преимии каждого сотрудника –целое число, кратное 1000 руб). Ирина Николаевна распределяет премию , имея 100 купюр по 1000 руб и 100 купюр по 5000 рублей.

* Удастся ли выполнить задание Генерального директора, если в отделе 40 сотрудников или все должны получить поровну?
* Удастся ли выполнить задание Генерального директора, если ведущему специалисту надо выдать 40.000 руб, а остальные порелить поровну на 70 сотрудников?

Ответ:

* Разделим общую суммму в 600.000 руб на 40 ,получим, что каждый должен получить по 15.000 руб.Так как это число кратно и 1000 и 5000, то всем 40 сотрудникам можно раздать равнуюю премию в указанных купюрах
* Сумма , оставшаяся после выдачи 40.000 ру, будет 560.000 руб. При делении на 70 сотрудников на 70 сотрудников получаем выплаты по 8000 руб. Так сделать не уластся, т.к. 8000=5000+3\*1000 и для 70 сотрудников нужно будет 210 тысячный купюр, а их всех 100.