**Проект «Дифференциальная функция»**

В проекте рассматриваются понятия дифференциалов и их применение в различных областях науки. В практической части проекта представлены задачи различного содержания (экономического, химического и т.д.).

Наряду с производными функций их дифференциалы – это одни из базовых понятий дифференциального исчисления, основного раздела математического анализа.

Являясь неразрывно связанными между собой, оба они уже несколько столетий активно используются при решении практически всех задач, которые возникали в процессе научно-технической деятельности человека. В современном научном сообществе принято однозначно разделять науку на античный период и период нового времени.

Но в чём же состоит отличие этих периодов? Чем принципиально отличался научный подход Платона, Аристотеля и прочих известных учёных античности от подхода крупных деятелей науки нового времени? В реальности, у разделения на два периода существует множество оснований.

В рамках данного проекта мы рассмотрим одно, наиболее фундаментальное и показательное основание – возникновение дифференциального исчисления. Через предпосылки к появлению этого известнейшего метода в современной науке в трудах философов и математиков мы сможем проследить чёткую границу между античным и современным взглядом на науку, однозначно ответив на поставленные в начале статьи вопросы.

Рубеж XVI-XVII вв. в истории науки действительно был переломным моментом, когда европейская наука совершила качественный скачок. В это время был совершен переход от античной науки к науке нового времени.

Ни для кого не секрет, что «локомотивами» прогресса в рассматриваемый период были такие великие учёные как Рене Декарт, Галилео Галилей, Иоганн Кеплер, Бонавентура Кавальери, Исаак Ньютон. Каждый из них сказал свое новое слово в механике, математике, астрономии и прочих дисциплинах. Но не столько важны их заслуги в отдельных науках, сколько важен вклад в формирование методологии науки нового времени.

Плоды трудов этих известных ученых в области методологии науки имели широкое распространение, и многие из них по сей день остаются основополагающими принципами современной науки. Легче всего связь методологических достижений самых крупных деятелей науки XVI-XVII вв. можно проследить именно через историю возникновения дифференциального исчисления и «*принцип непрерывности*», так или иначе встречающийся в трудах Кеплера, Кавальери, Декарта, а позднее Ньютона.

Цель проекта: изучить дифференциалы и его приложения.

Задачи проекта:

* Научиться решать задачи с дифференциалами;
* Узнать о приложениях дифференциалов;
* Выяснить область применения дифференциалов

Основополагающий вопрос: **Что такое дифференциалы и их приложения?**

Проблемные вопросы:

* Что такое дифференциал?
* Какие свойства у дифференциала?
* Как решать задачи с дифференциалами?
* Где используют дифференциал

Впервые разъяснил, что такое дифференциал, один из создателей (наряду с Исааком Ньютоном) дифференциального исчисления знаменитый немецкий математик Готфрид Вильгельм Лейбниц. До этого математиками 17 ст. использовалось весьма нечеткое и расплывчатое представление о некоторой бесконечно малой «неделимой» части любой известной функции, представлявшей очень малую постоянную величину, но не равную нулю, меньше которой значения функции быть просто не могут.

Отсюда был всего один шаг до введения представления о бесконечно малых приращениях аргументов функций и соответствующих им приращениях самих функций, выражаемых через производные последних. И этот шаг был сделан практически одновременно двумя вышеупомянутыми великими учеными.



Исходя из необходимости решения насущных практических задач механики, которые ставила перед наукой бурно развивающаяся промышленность и техника, Ньютон и Лейбниц создали общие способы нахождения скорости изменения функций (прежде всего применительно к механической скорости движения тела по известной траектории), что привело к введению таких понятий, как производная и дифференциал функции, а также нашли алгоритм решения обратной задачи, как по известной (переменной) скорости найти пройденный путь, что привело к появлению понятия интеграла.

В трудах Лейбница и Ньютона впервые появилось представление о том, что дифференциалы - это пропорциональные приращениям аргументов Δх основные части приращений функций Δу, которые могут быть с успехом применены для вычисления значений последних. Иначе говоря, ими было открыто, что приращение функции может быть в любой точке (внутри области ее определения) выражено через ее производную как Δу = y'*(x) Δх + αΔх, где α Δх – остаточный член, стремящийся к нулю при Δх→0, гораздо быстрее, чем само Δх.*

*Согласно основоположникам матанализа,* ***дифференциалы*** *– это как раз и есть первые члены в выражениях приращений любых функций. Еще не обладая четко сформулированным понятием предела последовательностей, они интуитивно поняли, что величина дифференциала стремится к производной функции при Δх→0 - Δу/Δх→ y*'(x).

В отличие от Ньютона, который был прежде всего физиком, и рассматривал математический аппарат как вспомогательный инструмент исследования физических задач, Лейбниц уделял большее внимание самому этому инструментарию, включая и систему наглядных и понятных обозначений математических величин. Именно он предложил общепринятые обозначения дифференциалов функции dy = y'*(x)dx, аргумента dx и производной функции в виде их отношения y*'(x) = dy/dx.

**Понятие дифференциала функции**

Пусть функция у=ƒ(х) имеет в точке х отличную от нуля производную.

Тогда, по теореме о связи функции, ее предела и бесконечно малой функции, можно записать у/ х=ƒ'*(х)+α, где α→0 при ∆х→0, или ∆у=ƒ*'(х)•∆х+α•∆х.

Таким образом, приращение функции ∆у представляет собой сумму двух слагаемых ƒ'*(х)•∆х и а•∆х, являющихся бесконечно малыми при ∆x→0. При этом первое слагаемое есть бесконечно малая функция одного порядка с ∆х, а второе слагаемое есть бесконечно малая функция более высокого порядка, чем ∆х:*

*Поэтому первое слагаемое ƒ*'(х) ∆х называют главной частью приращения функции ∆у.

Дифференциалом функции у=ƒ(х) в точке х называется главная часть ее приращения, равная произведению производной функции на приращение аргумента, и обозначается dу (или dƒ(х)):

dy=ƒ'*(х)•∆х. (1)*

*Дифференциал dу называют также дифференциалом первого порядка. Найдем дифференциал независимой переменной х, т. е. дифференциал функции у=х.*

*Так как у*'=х'*=1, то, согласно формуле (1), имеем dy=dx=∆x, т. е. дифференциал независимой переменной равен приращению этой переменной: dх=∆х.*

*Поэтому формулу (1) можно записать так:*

*dy=ƒ*'(х)dх, (2)

иными словами, дифференциал функции равен произведению производной этой функции на дифференциал независимой переменной.

Из формулы (2) следует равенство dy/dx=ƒ'*(х). Теперь обозначение*

*производной dy/dx можно рассматривать как отношение дифференциалов dyиdх.*

*Дифференциал обладает следующими основными свойствами.*

*Форма дифференциала инвариантна (неизменна): он всегда равен произведению производной функции на дифференциал аргумента, независимо от того, простым или сложным является аргумент.*

*Применение дифференциала к приближенным вычислениям*

*Как уже известно, приращение ∆у функции у=ƒ(х) в точке х можно представить в виде ∆у=ƒ*'(х)•∆х+α•∆х, где α→0 при ∆х→0, или ∆у=dy+α•∆х. Отбрасывая бесконечно малую α•∆х более высокого порядка, чем ∆х, получаем приближенное равенство

∆у≈dy, (3)

причем это равенство тем точнее, чем меньше ∆х.

Это равенство позволяет с большой точностью вычислить приближенно приращение любой дифференцируемой функции.

Дифференциал обычно находится значительно проще, чем приращение функции, поэтому формула (3) широко применяется в вычислительной практике.