

Занятие № 14

1. Разбор конкурсной «Задачи недели»
2. Решение задачи на нахождение площади (стр. 30)
№ 62 (А) «1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике»)

ЗЕМЛЯ И АПЕЛЬСИН

Вообразим, что земной шар обтянут по экватору обручем и что подобным же образом обтянут и апельсин по его большому кругу. Далее вообразим, что окружность каждого обруча удлинилась на 1 метр. Тогда, разумеется, обручи отстанут от поверхности тел, которые они раньше обтягивали, и образуют некоторый зазор. Спрашивается, в каком случае этот зазор будет больше – у земного шара или у апельсина?

РЕШЕНИЕ: «Здравый смысл» подсказывает такой ответ: «Конечно, у апельсина образуется больший зазор, чем у Земли! Ведь в сравнении с окружностью земного шара – 40000 км – какой-нибудь один метр есть столь ничтожная величина, что прибавка ее останется совершенно незаметной. Другое дело апельсин: по сравнению с его окружностью один метр – огромная величина, и прибавка ее к длине окружности должна быть весьма ощутима». Однако давайте проверим наше заключение с помощью вычислений. Пусть длина окружности земного шара равна C , а апельсина c метрам. Тогда радиус Земли $R = C/2\pi$ и радиус апельсина $r = c/2\pi$. После прибавки к обручам одного метра окружность обруча у Земли будет $C + 1$, а у апельсина $c + 1$, радиусы же их соответственно будут $(C + 1)/2\pi$ и $(c + 1)/2\pi$. Если из новых радиусов вычислим прежние, то получим в обоих случаях одно и то же приращение:

$$(C + 1)/2\pi - C/2\pi = 1/2\pi \text{ для Земли,}$$

$$(c + 1)/2\pi - c/2\pi = 1/2\pi \text{ для апельсина.}$$

Итак, у Земли и у апельсина получится один и тот же зазор в $1/2\pi$ метра, т. е. примерно 16 см. столь «поразительный» результат есть следствие постоянства отношения длины любой окружности к ее радиусу.

3. Решение задачи на нахождение площади (стр. 30)
№ 62 (А) «1001 олимпиадная и занимательная задачи по математике»)

Прямоугольник разделен на 4 прямоугольник, площади трех из которых равны 2 см^2 , 4 см^2 , 6 см^2 . Найдите площадь данного прямоугольника.

2	4
6	

Решение.

	a	b
x	2	4
y	6	

Площадь прямо угольника равна $S = (a + b)(x + y)$. Заметим, что $ax = 2$, $ay = 6$, $bx = 4$.

Кроме того, $x(a + b) = 6$ и $a(x + y) = 8$. Перемножая два последних равенства, получим:

$$ax(a + b)(x + y) = 6 \cdot 8, \text{ или } 2 \cdot (a + b)(x + y) = 48,$$

$$\text{откуда } (a + b)(x + y) = S = 24 \text{ (см}^2\text{)}.$$