КГБПОУ «АЛТАЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И БИЗНЕСА»

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**ПО ТЕМЕ:**

**«Определенный интеграл и его приложения»**

Разработала:

преподаватель математики

Ю.А. Миляева

Бийск, 2020

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение……………………………………………………………..………………….3
2. План урока…………………………………………………………………..…………..5

Формальная часть………………………………………………………………………5

Содержательная часть (технологическая карта)……………………………………..6

1. Литература……………………………………………………………….……………..8
2. Приложения…………………………………………………………….………………9

**ВВЕДЕНИЕ**

Данный урок был разработан и проводился в рамках предметной недели.

Методическая разработка содержит триединую цель урока, методическую цель, планируемые результаты обучения, основные понятия темы, в ней указаны методы и формы организации деятельности учащихся. Структура урока представлена в виде технологической карты с определением деятельности учителя и учащихся. Приведен список литературы и источников. В приложениях размещены образцы раздаточных материалов, вопросы и задачи домашнего задания к уроку. К уроку разработана мультимедийная презентация.

Данная разработка может быть полезна преподавателям математики при подготовке к уроку по указанной теме, а также преподавателям других предметов для ознакомления с методами управления познавательной деятельностью обучающихся.

**ПЛАН УРОКА**

**Тема урока** Определенный интеграл и его приложения

**Тип урока** урок обобщения и систематизации знаний

**Цели урока**

*Образовательная:* повторение, обобщение и систематизация знаний по теме «Определенный интеграл», подготовка к экзамену.

*Развивающая:* создание условий для развития мышления (умения строить аналогии, систематизировать и обобщать), развитие познавательного интереса.

*Воспитательная:* воспитание осознанного отношения к учебной деятельности.

*Методическая:* управление познавательной деятельностью обучающихся на уроке обобщения и систематизации знаний.

**Межпредметные связи:** физика, геометрия, экономика

**Планируемые результаты обучения**

Уметь вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница, использовать таблицу интегралов, уметь выделять необходимую информацию из текстов задач, интерпретировать с точки зрения математического анализа, устанавливать взаимосвязи между понятиями, составлять математическую модель, уметь обнаруживать и устранять арифметические ошибки; проявлять внимание, познавательный интерес; осуществлять самоконтроль, оценивать собственную учебную деятельность, отвечать на вопросы.

**Основные понятия темы**

Интеграл, таблица интегралов, формула Ньютона-Лейбница

**Способы организации деятельности:** фронтальный, индивидуальный, групповой

**Методы, приемы и формы**

по характеру восприятия: словесные методы (беседа, работа с учебником), практические (решение задач, самостоятельная работа); по характеру деятельности: репродуктивный (воспроизведение определений, формул), частично-поисковый (решение задач, поиск ответов на вопросы, поиск дополнительной информации); логические приемы (выявление признаков, сравнение, выводы, обобщение); технические приемы (использование таблиц, постановка вопросов).

**Эпиграф урока**

|  |  |
| --- | --- |
| *Ракета небо прочеркнула,*  *ей в космос путь давно не нов.*  *Не слышно рокота и гула*  *Уж из-подоблачных ковров…*  *И прежде, чем, заметьте кстати,*  *Ракете той был дан прицел,*  *Её маршрутом математик* | *На крыльях формул пролетел.*  *Сухие строки уравнений –*  *В них сила разума влилась,*  *В них – объяснение явлений,*  *Вещей разгаданная связь!*  *Да, математика везде вмешалась*  *Важны и символ, и число.*  *Нам не нужна она, казалось,*  *Но время «Знать, уметь» пришло.* |

**Технологическая карта урока**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Этапы урока** | **Задачи этапа** | **Деятельность учителя** | **Деятельность учащихся** |
| 1. Организация начала урока  1-2 мин. | Создать условия для возникновения внутренней потребности включения в деятельность | Приветствует обучающихся, проверяет готовность к уроку, организует внимание. | Включаются в деловой ритм урока. |
| 2. Целеполагание и мотивация к деятельности  8 мин. | Выделить содержательную область деятельности  Сформулировать тему и цель урока | Инициирует мотивационную беседу. Помогает сформулировать тему, цель, задачи урока. | Отвечают на вопросы учителя.  Формулируют тему, цель, задачи урока.  Цель: повторение, обобщение и систематизация знаний по теме «Определенный интеграл и его приложения».  Задачи:  1) Повторить определения, формулы и свойства определенного интеграла  2) Обобщить и систематизировать знания  3) Проверить и закрепить свои умения и навыки решения задач на применение определенного интеграла |
| 3. Актуализация знаний  5 мин. | Актуализировать знания определений и характеристических свойств, формулы Ньютона-Лейбница, геометрический смысл определенного интеграла. | Организует повторение, способствуя активизации памяти, внимания и подготовке мышления к обобщению и систематизации.  1) Сформулируйте определение определенного интеграла.  2) Сформулируйте свойства определенного интеграла.  3) Чем отличается вычисление неопределенного и определенного интегралов.  4) Найдите на чертежах фигуру, для вычисления площади которой надо сложить определенные интегралы.  5) Чему равен определенный интеграл  6)Как вычислить площадь фигуры, если она ограничена графиком функции p(x), где p(x) <0  7) Какое свойство площадей надо использовать при вычислении площадей фигур, имеющих сложную конфигурацию?  8)Укажите различные способы вычисления площади фигуры. изображенной на рисунке. | Отвечают на вопросы учителя.  Жюри фиксирует результаты в листе самооценки.  . |
| 4. Обобщение и систематизация  7мин. | Создать условия для усвоения знаний и способов деятельности в системе | Организует деятельность учащихся по обобщению включению знаний в целостную систему:  1. Предлагает сформулировать необходимый алгоритм вычисления площади криволинейной трапеции  2. Предлагает проверить домашнее задание (задания из материалов ЕГЭ).  3. Организует работу по готовым чертежам. | Выполняют задание. (слайд в презентации)  Выполняют самопроверку. Анализируют применение формулы Ньютона-Лейбница  Работа в группах |
| 5. Применение знаний при решении задач  10 мин. | Способствовать закреплению и формированию умений и навыков самостоятельного решения задач на применение интегралов | Организует деятельностьучащихся по решению задач (парную) и проверке решений (решение на закрытой доске, объяснение)  Организует работу по составлению алгоритма нахождения объема тела  Организует выступление учащихся | Решают задачи по карточкам (вычисление объема с помощью определенного интеграла).  Обсуждают решение в парах.  Объясняют и проверяют решение, задают вопросы по решению.  Составляют алгоритм  Применение определенного интеграла в физике, экономике |
| 6. Контроль и коррекция  10 мин. | Выявить уровень овладения знаниями и способами действий, способствовать осознанию пробелов в знаниях | Организует проверку умений решения задач по теме через выполнение самостоятельной работы.  Учащиеся, выполнившие задание раньше других, получают дополнительную карточку.  Обращает внимание учащихся на ошибки, приглашает на консультацию перед контрольной работой. | Самостоятельно выполняют задания.  Выполняют самопроверку по эталону.  Отмечают затруднения в собственной учебной деятельности. |
| 7. Рефлексия деятельности  3мин. | Мобилизовать учащихся на рефлексию своего поведения  Наметить цели на следующую деятельность, определить задания для работы дома  Дать оценку работы класса и отдельных учащихся | Инициирует рефлексию учебной деятельности.  Мотивирует выполнение домашнего задания.  §59. П3 № 1030. +Задача про кашу  Характеризует работу класса.  Объясняет критерии оценок за урок. | Выполняют самооценку результатов деятельности на уроке в баллах по предложенной шкале.  Записывают домашнее задание в дневник.  Анализируют свою деятельность на уроке. |

**Литература и источники**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс : учеб. для общеобразоват. Учреждений: базовый уровень / [Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин, М.В.Ткачёва и др.] ;. – 19-е изд. – М. : Просвещение, 2013. – 464 с. : ил.
2. Асмолов, А. Г. Системно-деятельностный подход в разработке стандартов нового поколения/ А. Г. Асмолов // Педагогика. – 2009. - №4. - С18-22.
3. Глейзер, Г.И. История математики в школе.7-9 кл. Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1982.
4. Ляликова Е. Р. Приложения определенного интеграла к решению задач экономики // Молодой ученый. — 2015. — №19. — С. 11-17. — URL https://moluch.ru/archive/99/22155/
5. Сухов, В.П. Системно-деятельностный подход в развивающем обучении школьников. СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 2004.
6. Шубина, Т.И. Деятельностный метод в школе [Электронный ресурс] // Издательский дом «Первое сентября». [Офиц. сайт]. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». URL:<http://festival.1september.ru/articles/527236/> (дата обращения: 02.02.2015)
7. Федеральный институт педагогических измерений [Офиц. сайт]. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Числовые последовательности. URL: <http://opengia.ru/subjects/mathematics-9/topics/4> (дата обращения: 02.02.2015)
8. Ященко, И.В., Шестаков, С.А., Трепалин, А.С., Семенов, А.В., Захаров, П.И. ГИА 2014. Математика. 3 модуля. 30 вариантов типовых тестовых заданий / Ященко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин, А.В. Семенов, П.И. Захаров. — М. : Издательство «Экзамен», 2014. — 175, [1] с.

*Приложение 1*

**Мотивационная беседа**

Сережа насыпал в цилиндрическую кастрюлю немного пшена и спросил соседку т. Люду: «Сколько нужно налить воды, чтобы получилась вкусная каша? - «Это очень просто, - ответила соседка, - Наклони кастрюлю, постучи, чтобы крупа пересыпалась и закрыла ровно половину дна. Теперь заметь точку на стенке кастрюли у края, до которого поднялась крупа, и зажми ее пальцем. До этого уровня надо налить воду!»- «Так ведь пшена можно насыпать побольше или поменьше, да и кастрюли бывают разные - широкие, узкие», - усомнился Сережа. «Все равно. Мой способ годится в любом случае», - гордо ответила соседка.

Докажите, что соседка права.

Работа в группах показывает, что необходимо найти отношение объемов воды и крупы и доказать, что они одинаковы. Но формулы для вычисления объема данной фигуры нет. Если можно с помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, то может быть с помощью него возможно вычислить и объем.

Математика имела вовсе времена бесспорное культурное и практическое значение, играла важную роль в научном, техническом и экономическом развитии.

«Интеграл»-«интегрирование» - «интеграция»… Однокоренные слова, к тому же вышедшие за пределы математики и ставшие почти «обиходными». В газетах читаем об интеграции наук, интеграции культур, интеграции экономики…

Любопытно, что идеи интегрального исчисления возникли задолго до появления идей дифференциального исчисления, еще на заре развития математики. Греческие математики Евдокс (IV в до н.э), а затем Архимед (IIIв до н.э) для решения задач на вычисление площадей и объемов придумали разбивать фигуру на бесконечно большое число бесконечно уменьшающихся частей и искомую площадь (или объем) вычислять, как сумму площадей (или объемов) полученных элементарных кусочков. Идея Евдокса и Архимеда была гениальной. Этот метод получил название метода «исчерпывания». На протяжении следующих девятнадцати столетий идея вычисления целого как суммы бесконечно большого числа бесконечно малых его частей не раз возникала в умах многих ученых. Особенно «богатыми» оказались XVI и XVIIвека. Иоганн Кеплер, Галилео Галилей, Бона вентура Кавальери, Блез Паскаль, Пьер Ферма и др. мыслители разрабатывали и применяли эту идею в самых разных задачах, ранее не поддававшихся решению.

Однако только во второй половине XVII века идеи. Подготовленные всем предыдущим развитием математики были обобщены в трудах двух великих ученых И.Ньютона (1643-1727) и Г.Лейбница(1646-1716). Г.Лейбниц вводит термин «интеграл» и знак интеграла ∫.

Сегодня предпоследний урок по данному разделу, на следующем уроке – контрольная работа. Давайте определим цель урока (то есть, к чему мы будем стремиться, что нам надо осуществить за урок).

Что именно нам нужно повторить? Обратимся к домашнему заданию: вы решали 12 задач из банка ЕГЭ. Какие типы заданий вам встретились?

Что нам необходимо сделать, чтобы достичь цели урока? Сформулируйте задачи урока.

*Приложение 2*

**Домашние задачи к уроку из сборника для подготовки к ГИА**

1. На рисунке изображён график функции y = F(x) — одной из первообразных функции f(x), определённой на интервале (−3; 5). Найдите количество решений уравнения f(x) = 0 на отрезке [−2; 4]

2. На рисунке изображён график некоторой функции (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите F(8) − F(2), где F(x) — одна из первообразных функции f(x).

3. На рисунке изображён график функции y = f(x). Функция — одна из первообразных функции y = f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.

4. На рисунке изображён график некоторой функции y = f(x). Функция — одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.

5. На рисунке изображен график некоторой функции. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

**Задания для самостоятельной работы в парах**

**Карточка №1**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0, где x≥0 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=4-, y=, вокруг оси Ох.

**Карточка № 2**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0 x=1 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0 x=1 вокруг оси Оy.

**Карточка № 3**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=+1 y=0,x=1, x=2 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=+1 y=0,x=1, x=2 вокруг оси Оy.

**Задания для самостоятельной работы в группах**

1.Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=1, x=0 вокруг оси Ох.

2.Определить работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если известно, что сила, растягивающая пружину на х м, равна F(x)=kx, где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от упругости пружины, и что для растяжения пружины на 0,01 м необходима сила 1 кг.

*Приложение 3*

Физические задачи

1.Путь пройденный телом со скоростью v(t)v(t) за отрезок времени [t1,t2], выражается ин- тегралом

S=

2.Работа переменной силы f(x), действующей вдоль оси Ox на отрезке [a,b],  выражается интегралом

A=

**Пример**. Определить работу А, необходимую для запуска тела массой m с поверхности Земли вертикально вверх на высоту h

**Решение**: Обозначим через F силу притяжения тела Землей. Пусть –масса Земли. Согласно закону Ньютона, F=G, где x – расстояние от тела до центра Земли. Полагая Gm=k, получаем F(x)= , R≤x≤h+R, где R-радиус Земли. При x=R сила F(x) равна весу тела P=mg, т.е. =P, откуда k=P, и F(x)=

Таким образом A= = P =

3.

**Пример**. Задана функция предельных издержек. Найти функцию издержек  и вычислить издержки на изготовление 15 ед. товара.  
**Решение**:  
https://moluch.ru/blmcbn/22155/image006.png

*Приложение 4*

**Лист самооценки**

**Ф. И.** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Задание 1**

1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 6. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

7. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(по 1 за каждый верный ответ, максимум 8)*

**Домашняя работа**

Количество баллов\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_+ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*по 1 баллу за каждое верное задание ЕГЭ, (От 1 до 4 баллов за*

*максимум 5баллов) дополнительное*

*задание)*

**Решение задач по готовым чертежам** Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(указано учителем, максимум 3)*

**Самостоятельная работа** Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

*(по 1 баллу за каждое верно выполненное задание )*

**Сумма баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Оценка за урок \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

*11-12 баллов – «3»*

*13-15 баллов – «4»*

*16-18 баллов – «5»*