КГБПОУ «АЛТАЙСКИЙ КОЛЛЕДЖ ПРОМЫШЛЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И БИЗНЕСА»

**МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА**

**ПО ТЕМЕ:**

**«Определенный интеграл и его приложения»**

 Разработала:

 преподаватель математики

 Ю.А. Миляева

Бийск, 2020

**СОДЕРЖАНИЕ**

1. Введение……………………………………………………………..………………….3
2. План урока…………………………………………………………………..…………..5

Формальная часть………………………………………………………………………5

Содержательная часть (технологическая карта)……………………………………..6

1. Литература……………………………………………………………….……………..8
2. Приложения…………………………………………………………….………………9

**ВВЕДЕНИЕ**

Данный урок был разработан и проводился в рамках предметной недели.

Методическая разработка содержит триединую цель урока, методическую цель, планируемые результаты обучения, основные понятия темы, в ней указаны методы и формы организации деятельности учащихся. Структура урока представлена в виде технологической карты с определением деятельности учителя и учащихся. Приведен список литературы и источников. В приложениях размещены образцы раздаточных материалов, вопросы и задачи домашнего задания к уроку. К уроку разработана мультимедийная презентация.

 Данная разработка может быть полезна преподавателям математики при подготовке к уроку по указанной теме, а также преподавателям других предметов для ознакомления с методами управления познавательной деятельностью обучающихся.

**ПЛАН УРОКА**

**Тема урока** Определенный интеграл и его приложения

**Тип урока** урок обобщения и систематизации знаний

**Цели урока**

*Образовательная:* повторение, обобщение и систематизация знаний по теме «Определенный интеграл», подготовка к экзамену.

*Развивающая:* создание условий для развития мышления (умения строить аналогии, систематизировать и обобщать), развитие познавательного интереса.

*Воспитательная:* воспитание осознанного отношения к учебной деятельности.

*Методическая:* управление познавательной деятельностью обучающихся на уроке обобщения и систематизации знаний.

**Межпредметные связи:** физика, геометрия, экономика

**Планируемые результаты обучения**

Уметь вычислять определенный интеграл с помощью формулы Ньютона-Лейбница, использовать таблицу интегралов, уметь выделять необходимую информацию из текстов задач, интерпретировать с точки зрения математического анализа, устанавливать взаимосвязи между понятиями, составлять математическую модель, уметь обнаруживать и устранять арифметические ошибки; проявлять внимание, познавательный интерес; осуществлять самоконтроль, оценивать собственную учебную деятельность, отвечать на вопросы.

**Основные понятия темы**

Интеграл, таблица интегралов, формула Ньютона-Лейбница

**Способы организации деятельности:** фронтальный, индивидуальный, групповой

**Методы, приемы и формы**

по характеру восприятия: словесные методы (беседа, работа с учебником), практические (решение задач, самостоятельная работа); по характеру деятельности: репродуктивный (воспроизведение определений, формул), частично-поисковый (решение задач, поиск ответов на вопросы, поиск дополнительной информации); логические приемы (выявление признаков, сравнение, выводы, обобщение); технические приемы (использование таблиц, постановка вопросов).

**Эпиграф урока**

|  |  |
| --- | --- |
| *Ракета небо прочеркнула,* *ей в космос путь давно не нов.**Не слышно рокота и гула**Уж из-подоблачных ковров…**И прежде, чем, заметьте кстати,**Ракете той был дан прицел,**Её маршрутом математик* | *На крыльях формул пролетел.**Сухие строки уравнений –* *В них сила разума влилась,* *В них – объяснение явлений,* *Вещей разгаданная связь!**Да, математика везде вмешалась**Важны и символ, и число.**Нам не нужна она, казалось,**Но время «Знать, уметь» пришло.* |

**Технологическая карта урока**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Этапы урока** | **Задачи этапа** | **Деятельность учителя** | **Деятельность учащихся** |
| 1. Организация начала урока1-2 мин. | Создать условия для возникновения внутренней потребности включения в деятельность | Приветствует обучающихся, проверяет готовность к уроку, организует внимание. | Включаются в деловой ритм урока. |
| 2. Целеполагание и мотивация к деятельности8 мин. | Выделить содержательную область деятельностиСформулировать тему и цель урока | Инициирует мотивационную беседу. Помогает сформулировать тему, цель, задачи урока. | Отвечают на вопросы учителя.Формулируют тему, цель, задачи урока.Цель: повторение, обобщение и систематизация знаний по теме «Определенный интеграл и его приложения».Задачи: 1) Повторить определения, формулы и свойства определенного интеграла2) Обобщить и систематизировать знания3) Проверить и закрепить свои умения и навыки решения задач на применение определенного интеграла  |
| 3. Актуализация знаний5 мин. | Актуализировать знания определений и характеристических свойств, формулы Ньютона-Лейбница, геометрический смысл определенного интеграла. | Организует повторение, способствуя активизации памяти, внимания и подготовке мышления к обобщению и систематизации.1) Сформулируйте определение определенного интеграла.2) Сформулируйте свойства определенного интеграла.3) Чем отличается вычисление неопределенного и определенного интегралов.4) Найдите на чертежах фигуру, для вычисления площади которой надо сложить определенные интегралы.5) Чему равен определенный интеграл6)Как вычислить площадь фигуры, если она ограничена графиком функции p(x), где p(x) <07) Какое свойство площадей надо использовать при вычислении площадей фигур, имеющих сложную конфигурацию?8)Укажите различные способы вычисления площади фигуры. изображенной на рисунке. | Отвечают на вопросы учителя.Жюри фиксирует результаты в листе самооценки. . |
| 4. Обобщение и систематизация7мин. | Создать условия для усвоения знаний и способов деятельности в системе | Организует деятельность учащихся по обобщению включению знаний в целостную систему:1. Предлагает сформулировать необходимый алгоритм вычисления площади криволинейной трапеции 2. Предлагает проверить домашнее задание (задания из материалов ЕГЭ). 3. Организует работу по готовым чертежам. | Выполняют задание. (слайд в презентации)Выполняют самопроверку. Анализируют применение формулы Ньютона-Лейбница Работа в группах |
| 5. Применение знаний при решении задач10 мин. | Способствовать закреплению и формированию умений и навыков самостоятельного решения задач на применение интегралов | Организует деятельностьучащихся по решению задач (парную) и проверке решений (решение на закрытой доске, объяснение)Организует работу по составлению алгоритма нахождения объема телаОрганизует выступление учащихся | Решают задачи по карточкам (вычисление объема с помощью определенного интеграла).Обсуждают решение в парах.Объясняют и проверяют решение, задают вопросы по решению.Составляют алгоритмПрименение определенного интеграла в физике, экономике |
| 6. Контроль и коррекция10 мин. | Выявить уровень овладения знаниями и способами действий, способствовать осознанию пробелов в знаниях | Организует проверку умений решения задач по теме через выполнение самостоятельной работы.Учащиеся, выполнившие задание раньше других, получают дополнительную карточку.Обращает внимание учащихся на ошибки, приглашает на консультацию перед контрольной работой. | Самостоятельно выполняют задания.Выполняют самопроверку по эталону.Отмечают затруднения в собственной учебной деятельности. |
| 7. Рефлексия деятельности 3мин. | Мобилизовать учащихся на рефлексию своего поведения Наметить цели на следующую деятельность, определить задания для работы дома Дать оценку работы класса и отдельных учащихся | Инициирует рефлексию учебной деятельности.Мотивирует выполнение домашнего задания.§59. П3 № 1030. +Задача про кашу Характеризует работу класса.Объясняет критерии оценок за урок. | Выполняют самооценку результатов деятельности на уроке в баллах по предложенной шкале.Записывают домашнее задание в дневник.Анализируют свою деятельность на уроке. |

**Литература и источники**

1. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 класс : учеб. для общеобразоват. Учреждений: базовый уровень / [Ш.А.Алимов, Ю.М. Колягин, М.В.Ткачёва и др.] ;. – 19-е изд. – М. : Просвещение, 2013. – 464 с. : ил.
2. Асмолов, А. Г. Системно-деятельностный подход в разработке стандартов нового поколения/ А. Г. Асмолов // Педагогика. – 2009. - №4. - С18-22.
3. Глейзер, Г.И. История математики в школе.7-9 кл. Пособие для учителя. – М.: Просвещение, 1982.
4. Ляликова Е. Р. Приложения определенного интеграла к решению задач экономики // Молодой ученый. — 2015. — №19. — С. 11-17. — URL https://moluch.ru/archive/99/22155/
5. Сухов, В.П. Системно-деятельностный подход в развивающем обучении школьников. СПб.: РГПУ им. А.И.Герцена, 2004.
6. Шубина, Т.И. Деятельностный метод в школе [Электронный ресурс] // Издательский дом «Первое сентября». [Офиц. сайт]. Фестиваль педагогических идей «Открытый урок». URL:<http://festival.1september.ru/articles/527236/> (дата обращения: 02.02.2015)
7. Федеральный институт педагогических измерений [Офиц. сайт]. Открытый банк заданий ЕГЭ. Математика. Числовые последовательности. URL: <http://opengia.ru/subjects/mathematics-9/topics/4> (дата обращения: 02.02.2015)
8. Ященко, И.В., Шестаков, С.А., Трепалин, А.С., Семенов, А.В., Захаров, П.И. ГИА 2014. Математика. 3 модуля. 30 вариантов типовых тестовых заданий / Ященко, С.А. Шестаков, А.С. Трепалин, А.В. Семенов, П.И. Захаров. — М. : Издательство «Экзамен», 2014. — 175, [1] с.

*Приложение 1*

**Мотивационная беседа**

Сережа насыпал в цилиндрическую кастрюлю немного пшена и спросил соседку т. Люду: «Сколько нужно налить воды, чтобы получилась вкусная каша? - «Это очень просто, - ответила соседка, - Наклони кастрюлю, постучи, чтобы крупа пересыпалась и закрыла ровно половину дна. Теперь заметь точку на стенке кастрюли у края, до которого поднялась крупа, и зажми ее пальцем. До этого уровня надо налить воду!»- «Так ведь пшена можно насыпать побольше или поменьше, да и кастрюли бывают разные - широкие, узкие», - усомнился Сережа. «Все равно. Мой способ годится в любом случае», - гордо ответила соседка.

Докажите, что соседка права.

Работа в группах показывает, что необходимо найти отношение объемов воды и крупы и доказать, что они одинаковы. Но формулы для вычисления объема данной фигуры нет. Если можно с помощью определенного интеграла вычислить площадь фигуры, то может быть с помощью него возможно вычислить и объем.

Математика имела вовсе времена бесспорное культурное и практическое значение, играла важную роль в научном, техническом и экономическом развитии.

«Интеграл»-«интегрирование» - «интеграция»… Однокоренные слова, к тому же вышедшие за пределы математики и ставшие почти «обиходными». В газетах читаем об интеграции наук, интеграции культур, интеграции экономики…

Любопытно, что идеи интегрального исчисления возникли задолго до появления идей дифференциального исчисления, еще на заре развития математики. Греческие математики Евдокс (IV в до н.э), а затем Архимед (IIIв до н.э) для решения задач на вычисление площадей и объемов придумали разбивать фигуру на бесконечно большое число бесконечно уменьшающихся частей и искомую площадь (или объем) вычислять, как сумму площадей (или объемов) полученных элементарных кусочков. Идея Евдокса и Архимеда была гениальной. Этот метод получил название метода «исчерпывания». На протяжении следующих девятнадцати столетий идея вычисления целого как суммы бесконечно большого числа бесконечно малых его частей не раз возникала в умах многих ученых. Особенно «богатыми» оказались XVI и XVIIвека. Иоганн Кеплер, Галилео Галилей, Бона вентура Кавальери, Блез Паскаль, Пьер Ферма и др. мыслители разрабатывали и применяли эту идею в самых разных задачах, ранее не поддававшихся решению.

Однако только во второй половине XVII века идеи. Подготовленные всем предыдущим развитием математики были обобщены в трудах двух великих ученых И.Ньютона (1643-1727) и Г.Лейбница(1646-1716). Г.Лейбниц вводит термин «интеграл» и знак интеграла ∫.

Сегодня предпоследний урок по данному разделу, на следующем уроке – контрольная работа. Давайте определим цель урока (то есть, к чему мы будем стремиться, что нам надо осуществить за урок).

Что именно нам нужно повторить? Обратимся к домашнему заданию: вы решали 12 задач из банка ЕГЭ. Какие типы заданий вам встретились?

Что нам необходимо сделать, чтобы достичь цели урока? Сформулируйте задачи урока.

 *Приложение 2*

**Домашние задачи к уроку из сборника для подготовки к ГИА**

1. На рисунке изображён график функции y = F(x) — одной из первообразных функции f(x), определённой на интервале (−3; 5). Найдите количество решений уравнения f(x) = 0 на отрезке [−2; 4]

2. На рисунке изображён график некоторой функции (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите F(8) − F(2), где F(x) — одна из первообразных функции f(x).

3. На рисунке изображён график функции y = f(x). Функция — одна из первообразных функции y = f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.

4. На рисунке изображён график некоторой функции y = f(x). Функция — одна из первообразных функции f(x). Найдите площадь закрашенной фигуры.

5. На рисунке изображен график некоторой функции. Пользуясь рисунком, вычислите определенный интеграл

**Задания для самостоятельной работы в парах**

**Карточка №1**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0, где x≥0 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=4-, y=, вокруг оси Ох.

**Карточка № 2**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0 x=1 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=0,x=0 x=1 вокруг оси Оy.

**Карточка № 3**

1.Если площадь S(x) сечения тела плоскостью, перпендикулярной оси Ox, является непрерывной функцией на отрезке [a,b], то объем тела вычисляется по формуле

V=

Выражение для функции S(x) достаточно просто получается в случае тел вращения. Так, если криволинейная трапеция, ограниченная кривой y=f(x),a≤x≤b вращается вокруг оси Ox, то объем вычисляется по формуле:

Vx=π,

Vy=π

2.Пример с решением

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=+1 y=0,x=1, x=2 вокруг оси Ох.

3.Решить самостоятельно

Найти объем тела. Образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=+1 y=0,x=1, x=2 вокруг оси Оy.

**Задания для самостоятельной работы в группах**

1.Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями y=, y=1, x=0 вокруг оси Ох.

2.Определить работу, которую нужно затратить, чтобы растянуть пружину на 0,05 м, если известно, что сила, растягивающая пружину на х м, равна F(x)=kx, где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от упругости пружины, и что для растяжения пружины на 0,01 м необходима сила 1 кг.

*Приложение 3*

Физические задачи

1.Путь пройденный телом со скоростью v(t)v(t) за отрезок времени [t1,t2], выражается ин- тегралом

S=

2.Работа переменной силы f(x), действующей вдоль оси Ox на отрезке [a,b],  выражается интегралом

A=

**Пример**. Определить работу А, необходимую для запуска тела массой m с поверхности Земли вертикально вверх на высоту h

**Решение**: Обозначим через F силу притяжения тела Землей. Пусть –масса Земли. Согласно закону Ньютона, F=G, где x – расстояние от тела до центра Земли. Полагая Gm=k, получаем F(x)= , R≤x≤h+R, где R-радиус Земли. При x=R сила F(x) равна весу тела P=mg, т.е. =P, откуда k=P, и F(x)=

Таким образом A= = P =

3.

**Пример**. Задана функция предельных издержек. Найти функцию издержек  и вычислить издержки на изготовление 15 ед. товара.
**Решение**:


*Приложение 4*

**Лист самооценки**

**Ф. И.** \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Задание 1**

1. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 2. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 4. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

5. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 6. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

7. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ 8. \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(по 1 за каждый верный ответ, максимум 8)*

**Домашняя работа**

Количество баллов\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_+ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *по 1 баллу за каждое верное задание ЕГЭ, (От 1 до 4 баллов за*

 *максимум 5баллов) дополнительное*

 *задание)*

**Решение задач по готовым чертежам** Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(указано учителем, максимум 3)*

**Самостоятельная работа** Количество баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

 *(по 1 баллу за каждое верно выполненное задание )*

**Сумма баллов \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Оценка за урок \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

 *11-12 баллов – «3»*

 *13-15 баллов – «4»*

 *16-18 баллов – «5»*