*Преподаватель*

*Куликова Екатерина Леонидовна*

Теория пределов

Методическое пособие для студентов

КГБПОУ «Красноярский колледж отраслевых технологий и предпринимательства»

2020

Содержание

1. Памятка студенту……………………………………………2
2. Теоретический материал……………………………………4
3. Задачи на закрепления……………………………………..10
4. Проверочная работа………………………………………..12
5. Справочный материал……………………………………...13
6. Эталоны ответов…………………………………………….14
7. Литература…………………………………………………..15
8. Интересные факты о математике…………………………..16

ПАМЯТКА СТУДЕНТУ

\* \*

Математический анализ не менее всеобъемлющ, чем сама природа; он определяет все ощутимые взаимосвязи, измеряет времена, пространства, силы, температуры…. Его главный атрибут – ясность; в нем совершенно не имеется знаков для выражения туманных понятий.

Ж. Фурье

Возникновение «высшей математики», т.е.

дифференциального и интегрального исчисления, явилось переломным моментом во всей истории человеческой культуры. Сегодня, когда современная наука далеко раздвинула рамки видимого мира, понятие производной и интеграла стали необходимым элементом. Без этих понятий невозможно описать и исследовать переменные величины и функции, характеризующие зависимости одних величин от других.

**Теория пределов** – это один из разделов математического анализа. Вопрос решения пределов является достаточно обширным, поскольку существуют десятки приемов решений пределов различных видов. Существуют десятки нюансов и хитростей, позволяющих решить тот или иной предел.

**Цели занятия:**

Образовательная (обучающая) цель:

**Знать:**

Пределы функций и последовательности.

Нахождение пределов последовательности и функции в точке и на бесконечности.

**Уметь:**

Вычислять предел последовательности и функции

Алгоритм работы

* Прочитайте теоретический материал, запишите в тетрадь основные формулы и определения.
* Рассмотрите примеры решения задач.
* Решите задачи на закрепление.
* Напишите проверочную работу.

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ**

Пусть функция f(х) определена на некотором интервале (а,b), кроме, быть может, точки. Число А называется пределом функции f(x) в точке хо, т.е.

А = ,

если , удовлетворяющих условию





y=f(x)

**Определение предела функции:**

Число А называется пределом, функции f(x) при х стремящемся к а, если для любого числа  существует такое число , что для всех , удовлетворяющих условию , имеет место неравенство *.*

Обозначают это так:



Число А называется пределом функции f(x) при х стремящемся к , если для любого числа ****существует такое положительное число N, что для всех х, удовлет­воряющих условию |х | > N, имеет место неравенство 

Обозначают это так:



**Определение.** Если f(x) → A1 при х → а только при x < a, то  - называется пределом функции f(x) в точке

х = а слева, а если f(x) → A2 при х → а только при x > a, то  называется пределом функции f(x) в точке х = а справа.



***Основные теоремы и свойства пределов функии***

Пусть все функции, рассматриваемые ниже, определе­ны на интервале (а,b*),* кроме, быть может, фиксирован­ной точки . Тогда верны следующие свойства:

1. Функция не может иметь двух разных пределов в одной точке, т.е. если предел существует, то он единс­твенный.
2. Если и



1. Если , т. е. предел постоянной величины равен самой постоянной.
2. Если существует и — const, то , т. е. постоянное число можно вынести за знак предела.
3. Если существуют конечные пределы и , тогда

, т. е. предел суммы конечного числа функций равен сумме пределов этих функций. Это свойство справед­ливо и для разности.

1. Если существуют конечные пределы  и , тогда 

т. е. предел произведения конечного числа функций равен произведению пределов этих функций.

1. Если существуют конечные пределы и  и , то , то есть предел отношения двух функций равен отноше­нию пределов этих функций, если эти пределы су­ществуют и знаменатель отличен от нуля.
2. Для непрерывной функции можно переставлять знак предела и знак функции:

.

Как частный случай — если функция f(x) имеет предел при , то , где п — натуральное число.

Все эти свойства доказываются одинаковым мето­дом, основанным на соответствующих свойствах пре­делов последовательностей. Для доказательства этих свойств используются понятия бесконечно малых и бесконечно больших функций.

**Первый замечательный предел.** Предел отношения синуса бесконечно малой дуги к самой дуге, выраженной в радианах, равен единице, .

**Второй замечательный предел. (Число е).**



где е=2,7182818284… - иррациональное число, служащее основанием натуральных логарифмов, обозначаемых ln x.

При определении предела некоторой функции, задан­ной аналитически, при или , , , при формальной подстановке этой величины в качестве ар­гумента в формулу можно получить неопределенности вида: или .

В этом случае нельзя судить о существовании предела и используют некоторые приемы для раскрытия неопре­деленности. Например, сокращение дроби, умножение на сопряженное выражение, использование замечательных пределов и т.д.

**Пример 1.** Вычислите пределы:

Используя теоремы о пределах, находим:

**Пример 2.** Вычислите пределы:

Используя теоремы о пределах, находим:

**Если предел знаменателя равен нулю, а предел числителя не равен нулю, то предел дроби равен бесконечности:**

**Пример 3.** Вычислите пределы:

Если имеем неопределенность вида или , необходимы преобразования.

**Пример 4.** Вычислите пределы:

Числитель и знаменатель дроби при x=1 равны 0 (или ∞). Выполним тождественное преобразование (разложение числителя и знаменателя на множители)

Аналогично знаменатель

Подставляем:

**Пример 5.** Вычислите предел:

При подстановки получаем неопределенность . В этом случае используем преобразование домножение на сопряженный множитель в данном случае это .

**Если предел знаменателя стремится к бесконечности, а предел числителя не равен нулю, то предел дроби равен нулю:**

**Пример 6.** Вычислите пределы:

**Пример 7.** Вычислите пределы:

При подстановки получаем неопределенность . Только в случае используем преобразование деление числителя и знаменателя на максимальную степень x. В данном случае максимальная степень равна 5.

**ЗАДАЧИ НА ЗАКРЕПЛЕНИЕ**

**Вычислите пределы функций**

1. ****
2. ****
3. ****
4. ****
5. ****
6. ****
7. ****
8. ****
9. ****
10. ****
11. ****
12. ****
13. ****
14. ****
15. ****
16. ****
17. ****
18. ****
19. ****
20. ****
21. ****
22. ****
23. ****
24. ****
25. ****

**Проверочная работа**

**Вариант 1**

Найти предел функций:

а) 

б) 

**Вариант 2**

Найти предел функций:

а) 

б) 

**СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ**

**Действия со степенями**

**Действия c корнями**

**Разложение на множители**

 **разность квадратов**

 **разность кубов**

 **сумма кубов**

**Бином Ньютона**

**, частности**

 **квадрат суммы**

 **квадрат разности**

**куб суммы**

**куб суммы**

**Логарифмы**

Запись равносильна запись , поэтому

**Ответы**

1. 4
2. 6
3. 12,4
4. 3
5. -10
6. 27
7. 6
8. 3/7
9. -2
10. 0
11. 1
12. 20
13. 3
14. 0
15. 1
16. 2
17. 2,5
18. 1
19. e
20. -1/6
21. 0
22. -6

**Литература**

1. Математика для медицинских колледжей. – Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 410, [1] с. (Медицина)
2. Яковлев Г.Н. Алгебра и начала анализа. Москва «Наука», 1988.
3. Матвеева Н.М. Курс математики для техникумов. Москва «Наука», 1987.
4. Лурье И.А. Методические рекомендации по математике. М., Высшая школа, 1986.
5. Нахимсов Л.М. Элементы интегрального исчисления. М., Высшая школа, 1990.

**Интересные факты о математике**

Какой математический закон раскрывается в теореме о двух милиционерах?

Некоторые математические законы называют по аналогии с ситуациями в реальной жизни. Например, теорема о существовании предела у функции, которая «зажата» между двумя другими функциями, имеющими одинаковый предел, называется теоремой о двух милиционерах. Это объясняется тем, что если два милиционера держат между собой преступника и при этом идут в камеру, то заключённый также вынужден туда идти.

Праздник числа Пи

У числа Пи есть два неофициальных праздника. Первый — 14 марта, потому что этот день в Америке записывается как 3.14. Второй — 22 июля, которое в европейском формате записывается 22/7, а значение такой дроби является достаточно популярным приближённым значением числа Пи.