**Метод математической индукции на уроках математики**

*«Разве ты не заметил*,*что способный к математике*

*изощрен во всех науках в природе?»*

Древнегреческий философ Платон

Одной из отличительных черт математики является дедуктивное построение теории. Но дедукция не является единственным методом научного мышления. В экспериментальных науках велика роль индуктивных выводов. В математике индукция часто позволяет угадать формулировку теорем, а в ряде случаев и наметить пути доказательств.

Слово индукция по-русски означает наведение, а индуктивными называют выводы, сделанные на основе наблюдений, опытов, т.е. полученные путем заключения от частного к общему.

Метод математической индукции можно сравнить с прогрессом. Мы начинаем с низшего, в результате логического мышления приходим к высшему. Человек всегда стремился к прогрессу, к умению развивать свою мысль логически, а значит, сама природа предначертала ему размышлять индуктивно.

В математике уже издавна используется индуктивный метод, основанный на том, что то или иное общее утверждение делается на основании рассмотрения  лишь нескольких частных случаев. История, например, сохранила следующее высказывание Эйлера: « У меня нет для доказательства никаких других доводов, за исключением длинной индукции, которую я провел так далеко, что никоим образом не могу сомневаться в законе, управляющем образованием этих членов… И кажется невозможным, чтобы закон, который, как было обнаружено, выполняется, например, для 20 членов, нельзя было бы наблюдать и для следующих».

**Аксиома математической индукции**

Утверждение, зависящее от натурального числа n, справедливо для

любого n, если выполнены два условия:

А) Утверждение справедливо при n=1;

Б) При любом натуральном значении k из справедливости утверждения

n=k вытекает его справедливость и для n=k+1.

Доказательство по методу математической индукции проводится по

следующему**алгоритму (он состоит из четырех этапов):**

**1.база**( показываем, что доказываемое утверждение верно для некоторых простейших частных случаев ( **п**= 1));

**2.предположение**(предполагаем, что утверждение доказано для первых **к**случаев);

**3**.**шаг**( в этом предположении доказываем утверждение для случая **п= к + 1);**

**4.вывод ( у**тверждение верно для всех случаев, то есть для всех **п)**.

Заметим, что Методом математической индукции можно решать не все задачи, а только задачи, параметризованные некоторой переменной. Эта переменная называется переменной индукции.

**Применение метода математической индукции**

Применим всю данную теорию на практике и выясним, в каких задачах применяется данный метод.

**1.Метод математической индукции в решении задач на делимость**

 С помощью метода математической индукции можно доказывать различные утверждения, касающиеся делимости натуральных чисел.

Следующее утверждение можно сравнительно просто доказать. Покажем, как оно получается с помощью метода математической индукции.

Пример:

Если n – натуральное число, то число [image] четное.

Решение:

При n=1 наше утверждение истинно: [image]- четное число. Предположим, что [image] - четное число. Так как [image], a 2k – четное число, то и [image]четное. Итак, четность [image] доказана при n=1, из четности [image] выведена четность [image].Значит, [image] четно при всех натуральных значениях n.

**2. Метод математической индукции в решении задач на доказательство тождеств**

**Пример:**

Доказать, что для любого натурального n справедливо равенство:

Решение:

1.Мы видим, что при n=1

утверждение верно.

2. Предположим, что равенство верно при n=k

3. Докажем истинность этого утверждения для n=k+1,

=

Из приведённого доказательства видно, что утверждение верно при n=k+1, следовательно, равенство верно при любом натуральном n.

**3**. **Метод математической индукции в решении задач на суммирование рядов**

Пример:

Доказать формулу

[image], n – натуральное число.

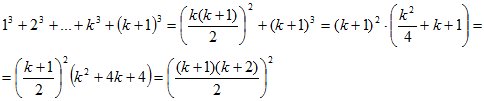
Решение:

При n=1 обе части равенства обращаются в единицу и, следовательно, первое условие принципа математической индукции выполнено.

Предположим, что формула верна при n=k, т.е.

[image].

Прибавим к обеим частям этого равенства [image] и преобразуем правую часть. Тогда получим



Таким образом, из того, что формула верна при n=k, следует, что она верна и при n=k+1. Это утверждение справедливо при любом натуральном значении k. Итак, второе условие принципа математической индукции тоже выполнено. Формула доказана.

Пример:

 Доказать, что сумма n первых чисел натурального ряда равна [image].

Решение:

Обозначим искомую сумму [image], т.е. [image].

При n=1 гипотеза верна.

Пусть [image]. Покажем, что [image].

В самом деле,

[image].

Задача решена.

**4. Метод математической индукции в решении задач на доказательство неравенств**

Пример :

 Доказать, что при любом натуральном n>1

[image].

Решение:

Обозначим левую часть неравенства через [image].

[image], следовательно, при n=2 неравенство справедливо.

Пусть [image] при некотором k. Докажем, что тогда и [image]. Имеем [image], [image].

Сравнивая [image] и [image], имеем [image], т.е. [image].

При любом натуральном k правая часть последнего равенства положительна. Поэтому [image]. Но [image], значит, и [image].

**5. Метод математической индукции в решении геометрических**

**задач**

Наиболее естественное применение метода математической индукции в геометрии, близкое к использованию этого метода в теории чисел и в алгебре, - это применение к решению геометрических задач на вычисление

Пример:

 Вычислить сторону [image] правильного [image]- угольника, вписанного в круг радиуса R.

Решение:

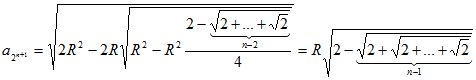
При n=2 правильный 2n – угольник есть квадрат; его сторона [image]. Далее, согласно формуле удвоения

[image]

находим, что сторона правильного восьмиугольника [image], сторона правильного шестнадцатиугольника [image], сторона правильного тридцатидвухугольника [image]. Можно предположить поэтому, что сторона правильного вписанного 2n – угольника при любом [image] равна

[image]. (1)

Допустим, что сторона правильного вписанного [image]- угольника выражается формулой (1). В таком случае по формуле удвоения

,

откуда следует, что формула (1) справедлива при всех n.

Метод математической индукции является одной из теоретических основ при решении задач на суммирование, доказательстве тождеств, доказательстве и решении неравенств, решении вопроса делимости, при изучении свойств числовых последовательностей, при решении геометрических задач и т. д.